

Politechnika Lubelska
Katedra Automatyki i Metrologii

Laboratorium

**Podstaw Automatyki i
Regulacji Automatycznej**

EZ

Ćwiczenie nr 1

Temat: Identyfikacja obiektów sterowania

Lublin 2006

Identyfikacja obiektów sterowania

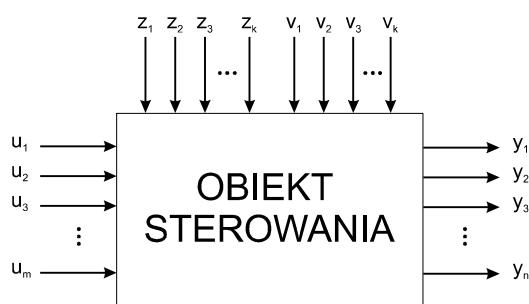
1.1. Wstęp

Znajomość właściwości obiektu sterowania jest warunkiem koniecznym poprawnego zaprojektowania układu regulacji automatycznej. Właściwości obiektu regulacji przedstawiane są w postaci opisu matematycznego tego obiektu (modelu matematycznego). Odpowiednio duża ilość informacji o obiekcie (znajomość dokładnego modelu matematycznego procesu regulowanego) umożliwia właściwe zaprojektowanie układu automatycznej regulacji (UAR) a co za tym idzie, uzyskanie dobrej jakości regulacji. W praktyce proces projektowania układów sterowania rozpoczyna się od identyfikacji obiektu sterowanego.

Przez pojęcie identyfikacji rozumie się proces tworzenia modelu matematycznego obiektu sterowania, właściwego z punktu widzenia celu tego sterowania, na podstawie badań (eksperymentów). Model matematyczny może opisywać właściwości statyczne obiektu (w stanie ustalonym). Jest on wtedy podawany w postaci zależności wyjście-wejście lub charakterystyk statycznych. Model matematyczny może również opisywać własności dynamiczne (dynamikę obiektu – stan przejściowy). Jest on wtedy podawany w postaci równań różniczkowych, różnicowych, transmitancji, charakterystyk dynamicznych itp.

Rzeczywiste obiekty sterowania są często obiektami wielowymiarowymi (złożonymi) tzn. posiadającymi wiele wejść i wyjść np. procesy syntezy chemicznych, produkcji cukru i klinkieru, procesy mieszania, rozdrabniania, wytwarzania pary w kotłach energetycznych, itp. W złożonym obiekcie sterowania można wyróżnić następujące sygnały (rys. 1.1) : \underline{u} – wektor sygnałów sterujących (wejściowych), \underline{v} – wektor sygnałów wyjściowych, \underline{z} – wektor zakłóceń mierzalnych, \underline{z} – wektor zakłóceń niemierzalnych. Sygnały te powiązane są równaniem:

$$\underline{y} = f(\underline{u}, \underline{v}, \underline{z}) \quad (1.1)$$



Rys. 1.1. Schemat blokowy wielowymiarowego obiektu sterowania

Celem sterowania jest wytworzenie sygnału \underline{u} takiego, który zapewni osiągnięcie ekstremum techniczno-ekonomicznego wskaźnika jakości Q :

$$Q = f(\underline{u}, \underline{v}, \underline{y}) \quad (1.2)$$

Wskaźnik jakości (funkcja celu) jest funkcjonalem mierzalnych sygnałów wejściowych i wyjściowych. Identyfikacja obiektu złożonego sprowadza się do wyznaczenia zależności (1.1) oraz (1.2).

1.2. Modele matematyczne członów dynamicznych

Modele parametryczne ciągłych układów automatyki stanowią: równanie różniczkowe i transmitancja. Do modeli nieparametrycznych należą tutaj: charakterystyki czasowe i częstotliwościowe.

1.2.1 Równanie różniczkowe

Równania różniczkowe stanowią podstawową formę wyrażania dynamicznych i statycznych właściwości układów. Przedstawiają one zależności występujące pomiędzy sygnałem wejściowym $u(t)$ i wyjściowym $y(t)$ obiektu:

$$y^{(n)} = f(u, u^{(1)}, u^{(2)}, \dots, u^{(m)}, y, y^{(1)}, y^{(2)}, \dots, y^{(n)}) \quad (1.3)$$

lub dla przypadku obiektu liniowego:

$$\sum_{k=0}^n A_k \cdot y^{(k)} = \sum_{k=0}^m B_k \cdot u^{(k)}, \quad n \geq m \quad (1.4)$$

gdzie: A_k, B_k - stałe współczynniki; $y^{(k)}, u^{(k)}$ – pochodne k -tego rzędu sygnałów wyjściowego i wejściowego.

W odniesieniu do rzeczywistych obiektów przemysłowych równania te są najczęściej nieliniowymi. Dla przypadku niewielkich zmian sygnałów występujących w modelu w otoczeniu punktu pracy dokonuje się linearyzacji równań poprzez rozwinięcie w szereg Taylora.

1.2.2. Transmitancja operatorowa

Jednym z podstawowych pojęć w automatyce jest transmitancja (funkcja przejścia). Dla jednowymiarowego, liniowego i stacjonarnego obiektu sterowania (patrz rys. 1.2) transmitancję operatorową $G(s)$ tego obiektu stanowi stosunek transformaty Laplace'a sygnału wyjściowego $Y(s)$ do transformaty sygnału wejściowego $U(s)$ przy zerowych warunkach początkowych.



Rys. 1.2. Schemat blokowy jednowymiarowego obiektu sterowania

Dokonując obustronnego przekształcenia Laplace'a równania różniczkowego (1.4) opisującego obiekt sterowania (przy założeniu zerowych warunków początkowych), otrzymuje się następującą postać transmitancji operatorowej tego obiektu :

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{\sum_{k=0}^m B_k s^k}{\sum_{k=0}^n A_k s^k} \quad (1.5)$$

Transmitancja operatorowa jest wielkością zespoloną zależną wyłącznie od parametrów układu i zmiennej zespolonej s .

Wprowadzenie pojęcia transmitancji operatorowej nadaje matematyczny sens schematom blokowym, gdyż blok z wpisaną postacią transmitancji, przedstawia mnożenie operatorowego sygnału wejściowego przez transmitancję elementu (obektu).

W układach wielowymiarowych wpływ każdego z sygnałów wejściowych na wybrany sygnał wyjściowy wyraża inna transmitancja.

1.2.3. Charakterystyki czasowe

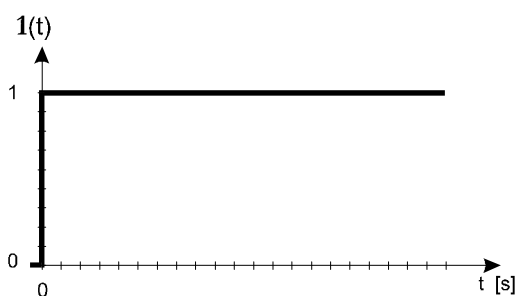
Największe zastosowanie do opisu właściwości dynamicznych w dziedzinie czasu znalazły charakterystyki czasowe, określające zachowanie się układu i jego elementów w stanie

przejściowym (nieustalonym). Stanowią je wykresy przedstawiające zależności sygnału wyjściowego od czasu, otrzymane po wprowadzeniu na wejście standardowego sygnału wymuszającego. Najczęściej wykorzystuje się wymuszenie w postaci skoku jednostkowego $u(t)=\mathbf{1}(t)$ (patrz rys. 1.3):

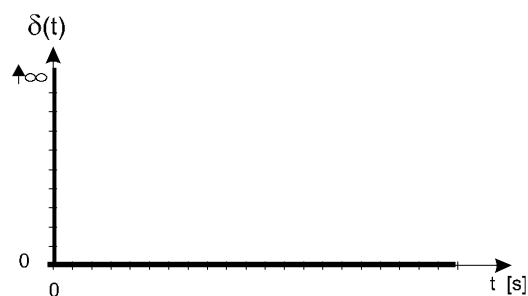
$$\mathbf{1}(t) = \begin{cases} 0 & \text{dla } t < 0 \\ 1 & \text{dla } t \geq 0 \end{cases} \quad (1.6)$$

Charakterystykę otrzymaną dla tego typu wymuszenia nazywa się charakterystyką skokową, i oznacza $h(t)$. W rozważaniach teoretycznych często używa się charakterystyk impulsowych (oznaczenie $g(t)$). Takie charakterystyki są reakcją członu lub układu dynamicznego na sygnał pobudzający będący impulsem Diraca $u(t)=\delta(t)$ (patrz rys. 1.4):

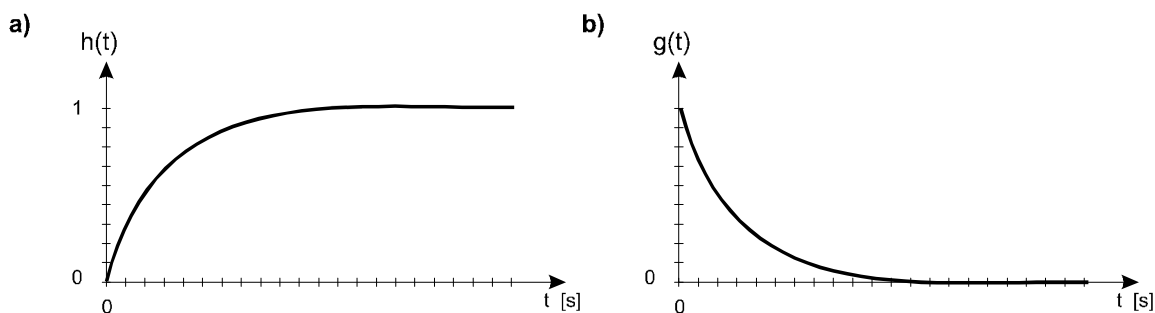
$$\delta(t) = \begin{cases} +\infty & \text{dla } t = 0 \\ 0 & \text{dla } t \neq 0 \end{cases} \quad (1.7)$$



Rys. 1.3. Skok jednostkowy.



Rys. 1.4. Impuls Diraca.



Rys. 1.5. Przykładowe charakterystyki czasowe: a) skokowa; b) impulsowa

Charakterystyki skokowe i inne odpowiedzi, będące reakcją na łatwo generowalne pobudzenia, można w prosty sposób wyznaczyć doświadczalnie (pomierzyć lub zarejestrować). Reakcję członu dynamicznych na dowolne wymuszenia można natomiast obliczyć znając jego model wejściowo - wyjściowy (transmitancję) oraz transformaty Laplace'a wymuszeń. Z definicji transmitancji operatorowej członu dynamicznego wynika bowiem zależność (1.8) na transformatę szukanej odpowiedzi na sygnał wymuszający, którego transformata jest znana i wynosi $U(s)$.

$$Y(s) = U(s) \cdot G(s) \quad (1.8)$$

Dla charakterystyki skokowej:

$$U(s) = L[\mathbf{1}(t)] = \frac{1}{s} \quad (1.9)$$

a dla charakterystyki impulsowej:

$$U(s) = L[\delta(t)] = 1 \quad (1.10)$$

Z teoretycznego punktu widzenia ważne jest to, że transmitancję operatorową $G(s)$ można uważać za operatorową postać charakterystyki impulsowej:

$$Y(s) = 1 \cdot G(s) = G(s) \Rightarrow g(t) = L^{-1}[G(s)] \quad (1.11)$$

Ponieważ:

$$H(s) = \frac{1}{s} G(s) \rightarrow G(s) = sH(s) \quad (1.12)$$

to otrzymamy wzór opisujący zależność pomiędzy charakterystyką skokową i impulsową:

$$g(t) = \frac{dh(t)}{dt} \quad (1.13)$$

W odniesieniu do układów liniowych charakterystyki czasowe jednoznacznie określają ich właściwości dynamiczne (znając odpowiednią charakterystykę czasową można obliczyć odpowiedź na dowolne wymuszenie). W układach nieliniowych, w których nie jest spełniona zasada superpozycji i przebieg charakterystyk czasowych zależy nie tylko od rodzaju wymuszenia lecz również od jego wartości, charakterystyki czasowe nie określają całkowicie ich właściwości dynamicznych.

1.2.4. Charakterystyki częstotliwościowe

Charakterystyki częstotliwościowe przedstawiają reakcję członu dynamicznego na wymuszenie harmoniczne. Z doświadczeń eksperymentalnych wiadomo, iż jeżeli na wejście członu liniowego wprowadzi się sygnał harmoniczny:

$$u(t) = A \cdot \sin(\omega t) , \quad (1.14)$$

to po dostatecznie długim czasie zanikną składowe przejściowe i na wyjściu członu ustali się również sygnał harmoniczny:

$$y(t) = B \cdot \sin(\omega t + \Phi) , \quad (1.15)$$

tn. sygnał o takiej samej pulsacji ale różnej („zniekształconej”) amplitudzie i fazie. Stosunek amplitud B/A oraz przesunięcie fazowe pomiędzy sygnałami Φ zależą od pulsacji ω w różny sposób - w zależności od właściwości filtrujących (dynamicznych) badanego członu. Można powiedzieć, że człon przenosząc harmoniczny sygnał wejściowy na swoje wyjście zmienia jego amplitudę oraz powoduje jego przesunięcie w czasie.

Właściwości dynamiczne członów w dziedzinie częstotliwości określają różnorodne charakterystyki częstotliwościowe, które można wyznaczać doświadczalnie lub teoretycznie z transmitancji widmowej. Dzięki istniejącym związkom pomiędzy doświadczalnie pomierzonymi parametrami sygnałów harmonicznych na wejściu i wyjściu badanego członu (czyli tworzącym dla pulsacji jako zmiennej niezależnej - charakterystyki częstotliwościowe), a jego transmitancją widmową (również operatorową i idąc dalej równaniem różniczkowym), transmitancja widmowa posiada głęboki -co zostanie pokazane - sens fizyczny.

Transmitancję widmową można otrzymać z transmitancji operatorowej przez formalne podstawienie za operator s pulsacji urojonej $j\omega$. Takie podstawienie zakłada ograniczenie wymuszeń tylko do sygnałów harmonicznych (z płaszczyzny zespolonej s wybiera się tylko oś urojonych). Transmitancja widmowa jest formalnie definiowana (1.16) jako funkcja zespolona, będąca stosunkiem symbolicznych (zespolonych) wartości sygnałów wyjściowego i wejściowego, przy zerowych warunkach początkowych.

$$G(j\omega) = \frac{\hat{Y}}{\hat{U}} = \frac{Y(j\omega)}{U(j\omega)} \quad (1.16)$$

Jak wiadomo, stosunek transformat Fouriera sygnału wyjściowego i wejściowego stanowi również wyrażenie, określające transmitancję zwaną transmitancją widmową (transformata Fouriera określa widmo sygnału - stąd nazwa), i dlatego pomimo pewnych nieścisłości matematycznych często transmitancja widmowa definiowana jest za pomocą formalizmu przekształcenia Fouriera.

Ze związków pomiędzy rozwiązaniem równania różniczkowego (1.4) dla wymuszeń harmonicznym członu, a parametrami sygnałów (wejściowego i wyjściowego) oraz z właściwości funkcji zespolonych można napisać:

$$G(j\omega) = \frac{B \cdot e^{j(\omega t + \Phi)}}{A \cdot e^{j\omega t}} = \frac{B}{A} e^{j\Phi} = |G(j\omega)| \cdot e^{j\Phi(\omega)} = \text{Re}G(j\omega) + j \text{Im}G(j\omega) = |G(j\omega)| \cdot e^{j \arg G(j\omega)} \quad (1.17)$$

Z zależności (1.17) wynikają następujące związki:

- moduł transmitancji widmowej jest stosunkiem amplitud sygnałów tj. wzmocnieniem względnym członu:

$$|G(j\omega)| = \frac{B}{A} \stackrel{\text{oznacz.}}{=} K(\omega) \quad (1.18)$$

$$|G(j\omega)| = \sqrt{[\text{Re}G(j\omega)]^2 + [\text{Im}G(j\omega)]^2} \stackrel{\text{oznacz.}}{=} \sqrt{P^2(\omega) + Q^2(\omega)} \quad (1.19)$$

gdzie:

$$P(\omega) = K(\omega) \cos \Phi(\omega), \quad Q(\omega) = K(\omega) \sin \Phi(\omega) \quad (1.20)$$

- argument transmitancji widmowej odpowiada przesunięciu fazowemu między tymi sygnałami.

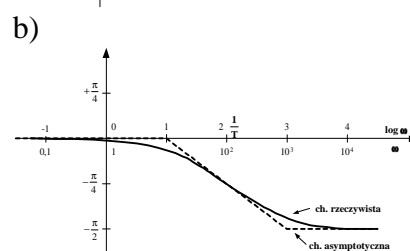
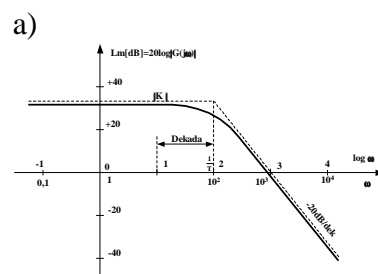
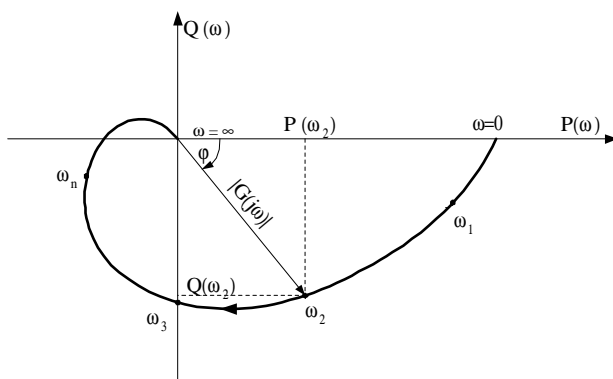
$$\arg G(j\omega) = \Phi(\omega) = \arctg \frac{\text{Im}[G(j\omega)]}{\text{Re}[G(j\omega)]} = \arctg \frac{Q(\omega)}{P(\omega)} \quad (1.21)$$

Powyższe zależności (od 1.18 do 1.21) oprócz tego, że podają interpretację fizyczną charakterystyk częstotliwościowych to służą również do ich wykreślenia na podstawie znanego modelu (równania różniczkowego lub transmitancji).

Do najczęściej stosowanych typów charakterystyk częstotliwościowych należą:

a) charakterystyki amplitudowo-fazowe

Wykres transmitancji widmowej $G(j\omega)$ sporządzony na płaszczyźnie liczb zespolonych ($P(\omega)$, $Q(\omega)$), we współrzędnych biegunowych, nazywamy charakterystyką amplitudowo-fazową lub charakterystyką Nyquista. Długość wektora łączącego początek układu współrzędnych z punktem charakterystyki przypisanym danej pulsacji reprezentuje stosunek amplitud sygnałów: wyjściowego do wejściowego członu, a kąt jaki tworzy wektor z osią liczb rzeczywistych przedstawia przesunięcie fazowe między tymi sygnałami.



Rys. 1.6 Przykład charakterystyki amplitudowo-fazowej

Rys. 1.7. Przykład charakterystyk logarymicznych: a) amplitudowej; b) fazowej

Położenie poszczególnych punktów charakterystyki zależy od pulsacji. Przy jej zmianie od zera do nieskończoności poszczególne punkty charakterystyki przesuwają się do początku układu współrzędnych. Związane jest to z faktem, iż żaden punkt materialny nie jest zdolny do wykonywania drgań z nieskończenie wielką częstotliwością. Przykład takiej charakterystyki podano na rys. 1.6.

b) logarymiczne charakterystyki częstotliwościowe

Często dla wygody charakterystykę Nyquista przedstawia się w postaci tzw. charakterystyk Bodego, tzn. w postaci charakterystyk logarymicznych (rys. 1.7):

$$L_m(\omega) = 20 \log |G(j\omega)| \quad (1.22)$$

i fazy

$$\Phi(\omega) \quad (1.23)$$

Charakterystykę amplitudową wykreśla się w skali logarymicznej zarówno dla pulsacji jak i dla wartości modułu. Wprowadza się przy tym pojęcia:

- modułu logarymicznego L_m (patrz wzór (1.22)), którego jednostką jest decybel [dB]
np. $|G(j\omega)| = 10$ to $L_m(\omega) = 20 \log 10 = 20$ [dB], jeśli $|G(j\omega)| = 1$ to $L_m(\omega) = 0$ [dB] itd.,
- dekady; jako przedziału pulsacji od ω_i do $10\omega_i$,
- oktawy; jako przedziału pulsacji od ω_i do $2\omega_i$,
- nachylenia charakterystyki; mierzonego w dB/dekadę lub dB/oktawę

Często dla uproszczenia charakterystyki logarymiczne przedstawia się w postaci tzw. charakterystyk asymptotycznych (patrz rys. 1.7) stanowiących ich liniową aproksymację.

1.3. Podstawowe człony dynamiczne

a) Człon inercyjny I-go rzędu

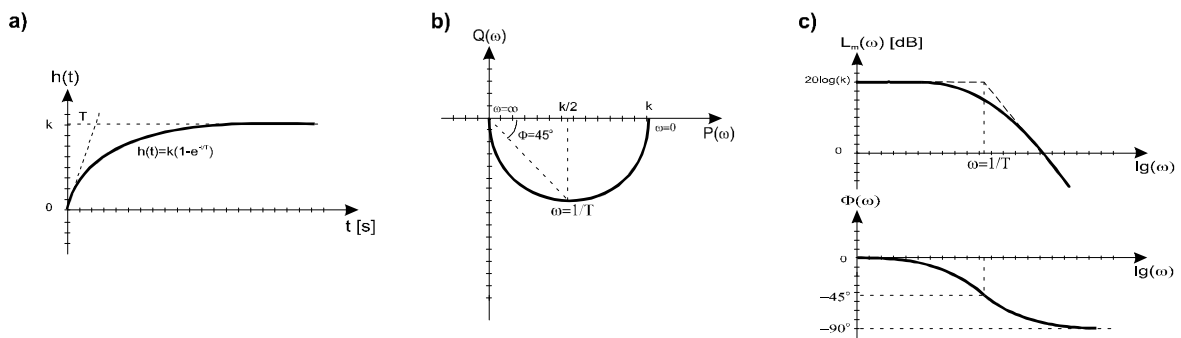
Człon opisany równaniem różniczkowym postaci:

$$T \cdot \dot{y} + y = k \cdot u \quad (1.24)$$

o transmitancji operatorowej:

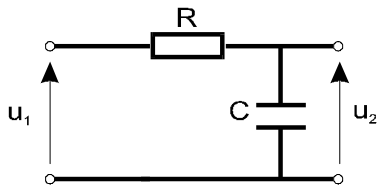
$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{k}{Ts + 1} \quad (1.25)$$

nazywany jest członem inercyjnym pierwszego rzędu. Parametrami tego członu są stałe współczynniki transmitancji: T-stała czasowa, mająca wymiar czasu oraz k-współczynnik wzmocnienia.



Rys. 1.8. Charakterystyki członu inercyjnego pierwszego rzędu: a) skokowa; b) amplitudowo-fazowa, c) Bodego

Przykładem członu inercyjnego I-go rzędu jest czwórnik RC (rys. 1.9):



Rys. 1.9. Czwórnik RC

$$G(s) = \frac{U_2(s)}{U_1(s)} = \frac{1}{1 + sRC}$$

b) Człon całkujący (rzeczywisty)

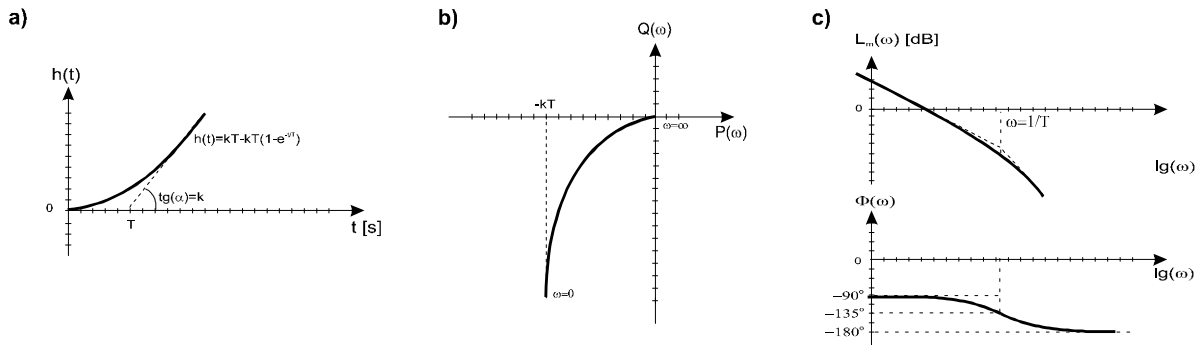
Człon opisany równaniem różniczkowym postaci:

$$T \cdot \ddot{y} + \dot{y} = k \cdot u \quad (1.26)$$

o transmitancji operatorowej:

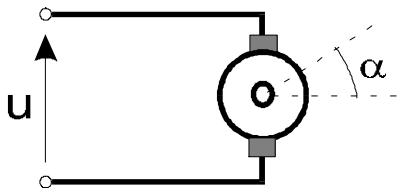
$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{k}{s(Ts + 1)} \quad (1.27)$$

nazywany jest rzeczywistym członem całkującym (z inercją). Parametrami tego członu są stałe współczynniki transmitancji: k-współczynnik wzmocnienia prędkościowego oraz T-stała czasowa, mająca wymiar czasu.



Rys. 1.10. Charakterystyki rzeczywistego członu całkującego: a) skokowa; b) amplitudowo-fazowa, c) Bodego

Przykładem członu całkującego z inercją jest obcowzbudny silnik prądu stałego (patrz rys. 1.11) o pomijalnie małej indukcyjności twornika:



Rys. 1.11. Obcowzbudny silnik prądu stałego

R- rezystancja twornika
J – moment bezwładności wirnika
 α - kąt położenia wirnika

$$G(s) = \frac{U(s)}{A(s)} = \frac{k}{s(1 + sRJ / c)}$$

c) Człon różniczkujący (rzeczywisty)

Człon opisany równaniem różniczkowym postaci:

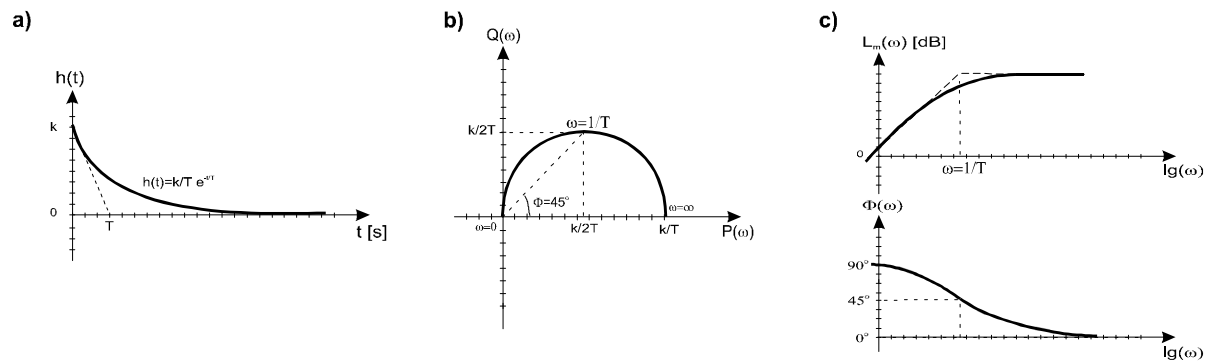
$$T \cdot \dot{y} + y = k \cdot u \quad (1.28)$$

o transmitancji operatorowej:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{ks}{Ts + 1} \quad (1.29)$$

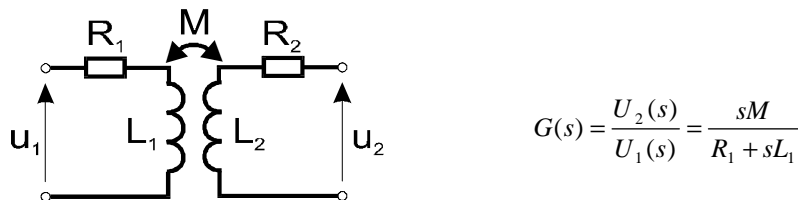
nazywany jest rzeczywistym członem różniczkującym (z inercją). Parametrami tego członu są

stałe współczynniki transmitancji: k-współczynnik wzmocnienia oraz T-stała czasowa, mająca wymiar czasu.



Rys. 1.12. Charakterystyki rzeczywistego członu różniczkującego: a) skokowa; b) amplitudowo-fazowa, c) Bodego

Przykładem członu różniczkującego z inercją jest transformator powietrzny (patrz rys. 1.13):



Rys. 1.13. Transformator powietrzny

d) Człon oscylacyjny II-go rzędu

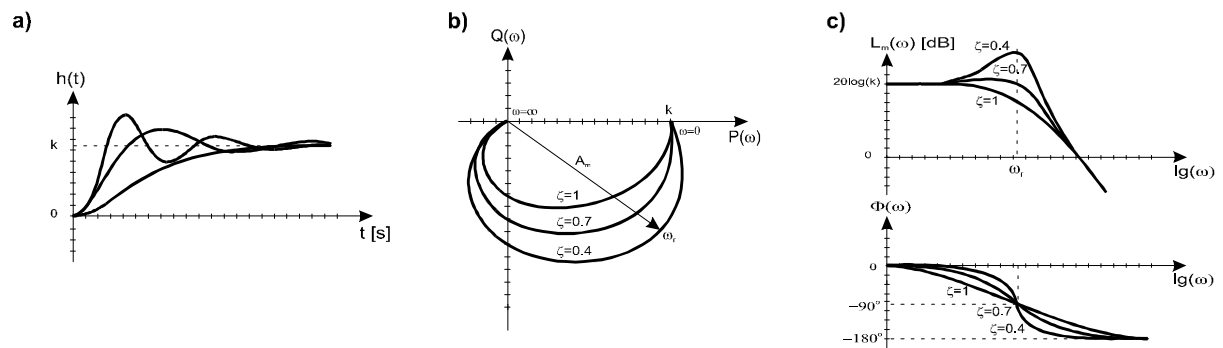
Człon opisany równaniem różniczkowym postaci:

$$T_n^2 \cdot \ddot{y} + 2\zeta T_n \cdot \dot{y} + y = k \cdot u \quad (1.30)$$

o transmitancji operatorowej:

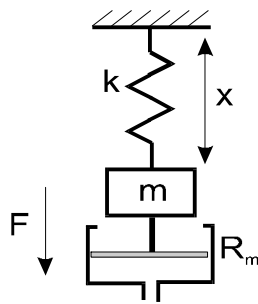
$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{k}{T_n^2 s^2 + 2\zeta T_n s + 1} \quad (1.31)$$

nazywany jest rzeczywistym członem różniczkującym (z inercją). Parametrami tego członu są stałe współczynniki transmitancji: k-współczynnik wzmocnienia oraz \$T_n\$-okres drgań własnych nietłumionych, \$\zeta\$-względny współczynnik tłumienia (\$0 < \zeta < 1\$).



Rys. 1.14. Charakterystyki członu oscylacyjnego: a) skokowa; b) amplitudowo-fazowa, c) Bodego

Przykładem członu oscylacyjnego jest zawór membranowy (patrz rys. 1.15):



$$G(s) = \frac{X(s)}{F(s)} = \frac{k}{T_n^2 s^2 + 2\zeta T_n s + 1}$$

$$T_n = \sqrt{mk}$$

$$\zeta = \frac{R_m}{2} \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Rys. 1.15. Zawór membranowy

e) Człon opóźniający

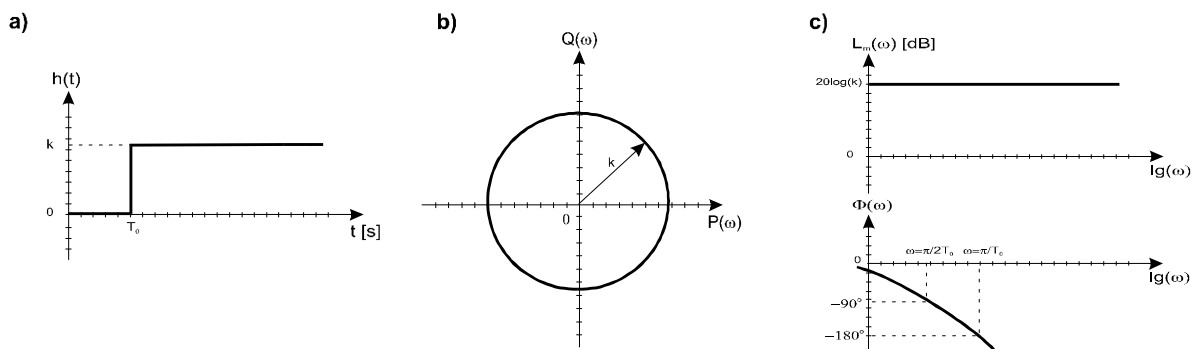
Człon opisany równaniem postaci:

$$y(t) = k \cdot u(t - T_o) \quad (1.32)$$

o transmitancji operatorowej:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = k e^{-sT_o} \quad (1.33)$$

nazywany jest członem opóźniającym. Parametrami tego członu są stałe współczynniki transmitancji: k-współczynnik wzmacnienia oraz T_o -czas opóźnienia.



Rys. 1.16. Charakterystyki członu opóźniającego: a) skokowa; b) amplitudowo-fazowa, c) Bodego

Przykładem członu opóźniającego jest taśma transportowa (montażowa) w zakładzie produkcyjnym.

1.4. Klasyfikacja metod identyfikacji

Ogólnie metody identyfikacji można podzielić na metody analityczne i eksperymentalne. Metody analityczne polegają na badaniu procesów fizycznych, chemicznych i konstruowaniu opisu matematycznego bez dokonywania doświadczeń na obiekcie.

Metody eksperymentalne mogą dotyczyć wyznaczania charakterystyk dynamicznych albo charakterystyk statycznych i mogą być aktywne albo pasywne. Metody aktywne wymagają wprowadzania w czasie eksperymentu celowych standardowych zakłóceń co, może spowodować pewne komplikacje otrzymane z obiektu w czasie jego normalnej pracy.

Do aktywnych metod identyfikacji charakterystyk dynamicznych należy metoda charakterystyk czasowych i metoda charakterystyk częstotliwościowych. Metody te umożliwiają identyfikację prostych (jednowymiarowych) obiektów liniowych, bądź złożonych ale przy założeniu prowadzenia eksperymentu w obszarze małych odchyleń wokół punktu pracy obiektu co zapewni warunek liniowości.

Do identyfikacji wielowymiarowych złożonych obiektów sterowania są stosowane metody statystyczne. Należą do nich:

- metoda korelacji,

- metoda analizy regresyjnej,
- metoda analizy czynnikowej,
- metoda aproksymacji stochastycznej.

Istnieje również metoda identyfikacji polegająca na porównywaniu działania modelu symulacyjnego /metoda symulacyjna/ obiektu o nastawialnych parametrach i strukturze z działaniem obiektu rzeczywistego.

1.5. Identyfikacja własności dynamicznych obiektu metodą charakterystyk czasowych

Metoda ta polega na pomiarze (zarejestrowaniu) przebiegu przejściowego na wyjściu badanego obiektu po podaniu na jego wejście wymuszenia standardowego, najczęściej sygnału skokowego postaci:

$$u(t) = A \cdot \mathbf{1}(T) + u_0 \quad (1.34)$$

Wówczas odpowiedź skokowa obiektu będzie następująca:

$$x(t) = A \cdot h(t) + x_0 \quad (1.35)$$

gdzie: A-amplituda wymuszenia, której wybór zależy od zakłóceń istniejących w czasie pomiaru i stopnia nieliniowości obiektu,

$\mathbf{1}(t)$ -skok jednostkowy,

$h(t)$ -odpowiedź obiektu na skok jednostkowy,

u_0, x_0 –wartości początkowe (współrzędne punktu pracy obiektu).

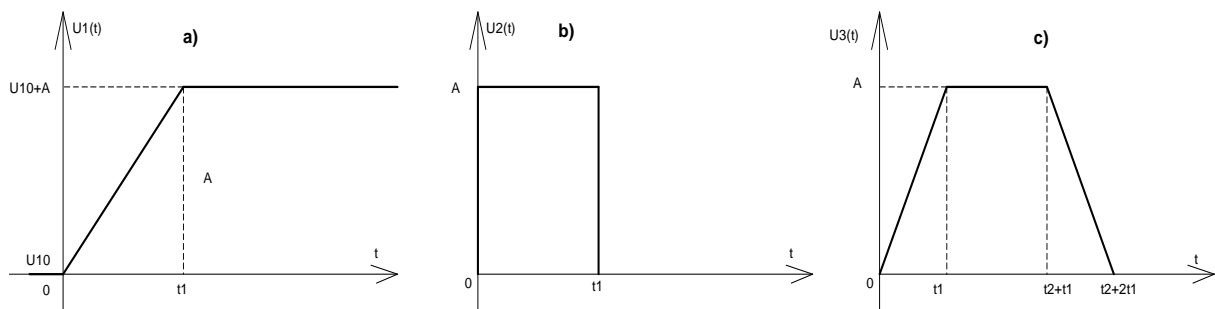
Bezpośrednie wyznaczenie charakterystyk skokowych napotyka na pewne trudności którymi są:

- trudność uzyskania idealnego skoku jednostkowego na wejściu,
- w przypadku istnienia zamkniętej pętli oddziaływania lub efektu różniczkowania w obiekcie podanie sygnału skokowego na jego wejście może powodować wchodzenie obiektu w zakres nieliniowości.

Z tych przyczyn często stosuje się pośrednie wyznaczenie charakterystyki skokowej.

1.5.1 Pośrednie wyznaczenie charakterystyki skokowej.

Rzeczywiste przebiegi sygnałów wymuszających są przedstawione na rys. 1.17.



Rys.1.17. Rzeczywiste sygnały wymuszające: a) sygnał trapezoidalny skokowy, b) sygnał w postaci impulsu prostokątnego, c) impuls trapezowy

Sygnał trapezoidalny skokowy powstaje w wyniku ograniczonej prędkości przedstawiania elementu wykonawczego na obiekcie np. zaworu, przepustnicy oraz niedysponowanie źródłem o nieskończenie dużej mocy. Często czas t_1 jest pomijalnie mały w stosunku do stałych czasowych obiektu. W przypadku, gdy tego czasu nie można pominąć wymuszenie będzie opisane zależnością 1.36.

$$h_1(t) = \frac{A}{t_1} \int_0^t [1(t) - 1(t-t_1)] dt \quad (1.36)$$

Odpowiedź obiektu na wymuszenie (1.36) będzie następująca:

$$x_2(t) = \frac{A}{t_1} \int_0^t [h(t) - h(t-t_1)] dt \quad (1.37)$$

Z zależności (1.37) można wyznaczyć odpowiedź obiektu na wymuszenie w postaci skoku jednostkowego:

$$h(t) = \frac{t_1}{A} \cdot \frac{d}{dt} X_2(t) + h(t-t_1) \quad (1.38)$$

Konieczność stosowania sygnałów wymuszających w postaci impulsów wynika ze względów technologicznych (w przypadku astatyzmu obiektu). Analityczny opis takiego sygnału rys.1.17b jest następujący:

$$U_2(t) = A[1(t) - 1(t-t_1)] \quad (1.39)$$

Odpowiedź obiektu będzie miała postać:

$$x_2(t) = A[h(t) - h(t-t_1)] \quad (1.40)$$

Z równania (1.40) można wyznaczyć charakterystykę skokową $h(t)$:

$$h(t) = x_1(t) \cdot \frac{1}{A} + h(t-t_1) \quad (1.41)$$

Mając więc zarejestrowaną odpowiedź obiektu na impuls prostokątny, można wyznaczyć odpowiedź $h(t)$ dodając w kolejnych chwilach $t > t_1$ do przebiegu $x_1(t)$ wartości $h(t)$ z chwil poprzedzających.

1.5.2. Określenie transmitancji obiektu i jej parametrów na podstawie charakterystyki skokowej

Mając charakterystykę skokową obiektu a nawet ogólniej – odpowiedź obiektu na dowolne wymuszenie, można wyznaczyć wartości współczynników równania różniczkowego opisującego własności dynamiczne tego obiektu. Warunkiem jest tutaj znajomość postaci równania różniczkowego, a co za tym idzie postaci transmitancji.

Pierwszą czynnością jaką należy wykonać jest stwierdzenie czy dany obiekt jest: statyczny (np. inercyjny, oscylacyjny, różniczkujący) czy astatyczny (zawierający człony całkujące).

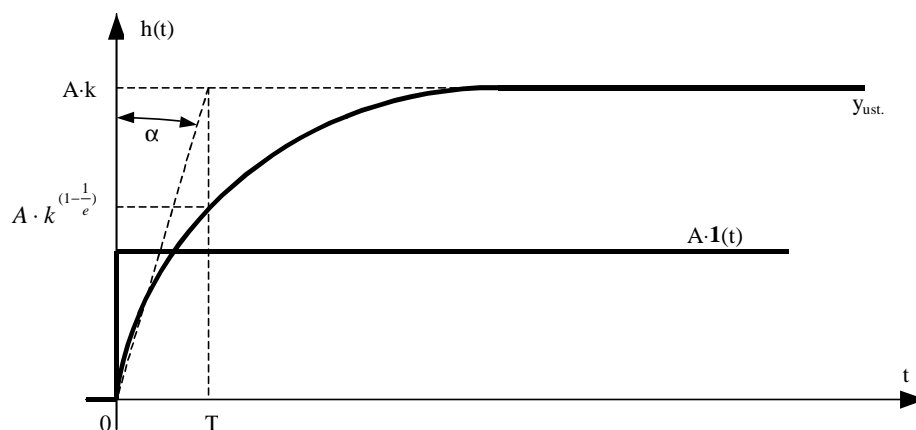
a) obiekty statyczne

Najprostszym obiektem astatycznym jest człon inercyjny pierwszego rzędu. Parametrami jednoznacznie charakteryzującymi go jest stała czasowa T oraz współczynnik wzmocnienia obiektu k . Stała czasowa charakteryzuje szybkość zmian sygnału wyjściowego, natomiast k jest stosunkiem wartości ustalonej sygnału wyjściowego do wartości sygnału na wejściu. Współczynnik wzmocnienia k można wyznaczyć z charakterystyki statycznej obiektu. Graficznie stałą czasową wyznacza się jak na rys. 1.18. dwoma sposobami:

1. jako czas po upływie którego odpowiedź obiektu na skok jednostkowy osiągnie wartość

$$A \cdot k \cdot \frac{(1-\frac{1}{e})}{e} \approx 0,637 y_{ust.}$$

2. przy założeniu, że $u(t) = A \cdot 1(t)$; $A = 1$, $k = 1$, stała czasowa T określona jest przez tangens kąta α zawartego pomiędzy styczną do krzywej przebiegu $h(t)$ przechodząca przez początek układu współrzędnych, a osią rzędnych.

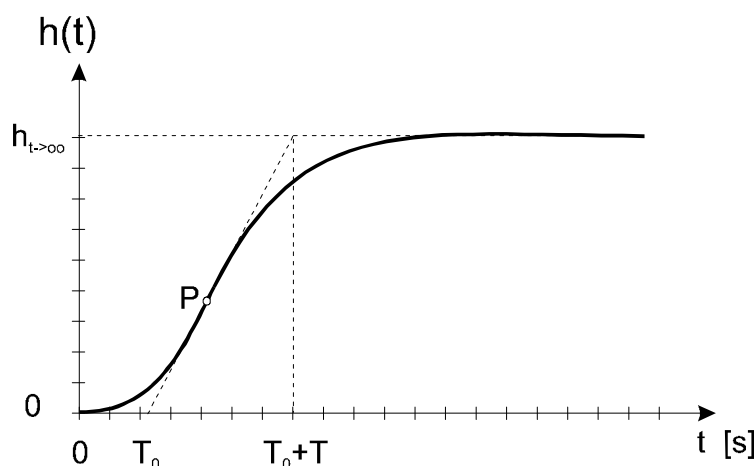


Rys. 1.18. Wyznaczanie stałej czasowej obiektu inercyjnego I-go rzędu

Nie zawsze własności dynamiczne rzeczywistych obiektów przemysłowych można opisać transmitancjami o prostej postaci np. pierwszego rzędu. Bardzo często w tych obiektach występuje znaczne opóźnienie i adekwatny model w postaci transmitancji powinien być wyższego rzędu. Dla prostoty przyjmuje się czyste opóźnienie i opisuje je wyrażeniem e^{-sT_0} – gdzie T_0 jest czasem opóźnienia. Czas opóźnienia jest to czas, po jakim uzyskuje się zmiany wartości wyjściowej identyczne ze zmianami wielkości wejściowej np. w praktyce opóźnienie tzw. transportowe wynika ze skończonego czasu przepływu medium w rurociągach, transporterach, instalacjach itp. Przyjmuje się, że obiekt składający się z szeregowo połączonych wielu członów pierwszego rzędu o małych stałych czasowych można aproksymować modelem zawierającym opóźnienie gdy $n \geq 8 \div 10$, gdzie n jest ilością członów. W takim przypadku błąd aproksymacji nie jest istotny. Najprostszym przybliżeniem obiektu wysokiego rzędu jest aproksymacją za pomocą obiektu pierwszego rzędu z opóźnieniem:

$$G(s) = \frac{k}{sT + 1} e^{-sT_0} \quad (1.42)$$

Parametry transmitancji zastępczej takiego modelu wyznacza się jak na rys.1.19.



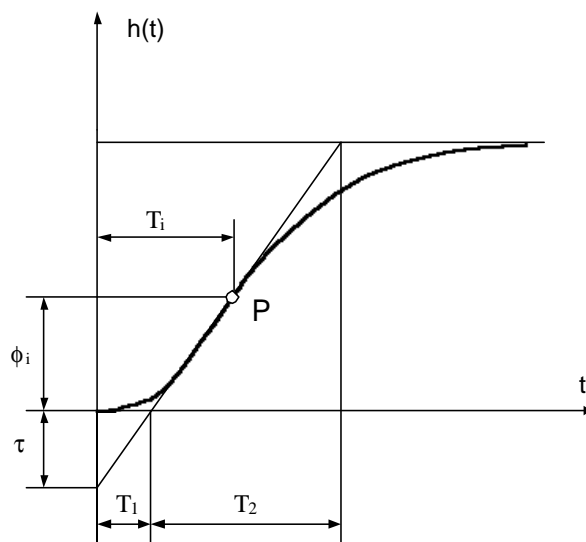
Rys. 1.19. Wyznaczenie parametrów transmitancji zastępczej obiektu statycznego

Innym przybliżeniem obiektu statycznego wysokiego rzędu może być aproksymacja za pomocą transmitancji:

$$G(s) = \frac{k \cdot e^{sT_0}}{(1 + sT)^n} \quad (1.43)$$

Parametry T_0 , T i n wyznacza się w sposób następujący:

1. Na zdjętej doświadczalnie odpowiedzi obiektu na skok jednostkowy określa się punkt przegięcia P (rys.1.20) o współrzędnych t_1 i ϕ_1 i rysuje się styczną do charakterystyki w tym punkcie.
2. Na podstawie rys.1.20. oraz tablicy 1.1 wyznacza się wartości parametrów n , T . Jeżeli T_1/T_2 znajduje się między dwiema wartościami "n" podanymi w tablicy, należy zmniejszyć T_1 o taką wartość, aby uzyskać wartość podaną w tablicy. Wtedy $T_1 = T_1 - T_0$.



Rys.1.20. Rysunek pomocniczy do wyznaczania parametrów transmitancji (1.43)

Tablica 1.1

n	$\frac{T_2}{T}$	$\frac{T_1}{T}$	$\frac{T_1}{T_2}$	$\frac{t_i}{T}$
1	1	0	0	0
2	2,718	0,282	0,104	1
3	3,695	0,805	0,218	2
4	4,463	1,425	0,319	3
5	5,119	2,100	0,410	4
6	5,689	2,811	0,493	5
7	6,226	3,549	0,570	6
8	6,711	4,307	0,642	7
9	7,164	5,081	0,709	8
10	7,590	5,869	0,773	9

Metoda powyższa nie jest słuszna dla obiektów oscylacyjnych oraz obiektów zawierających człony różniczkujące, które to obiekty są również statyczne (obiekt oscylacyjny jest statyczny jeżeli występuje tłumienie co w praktyce jest zawsze spełnione).

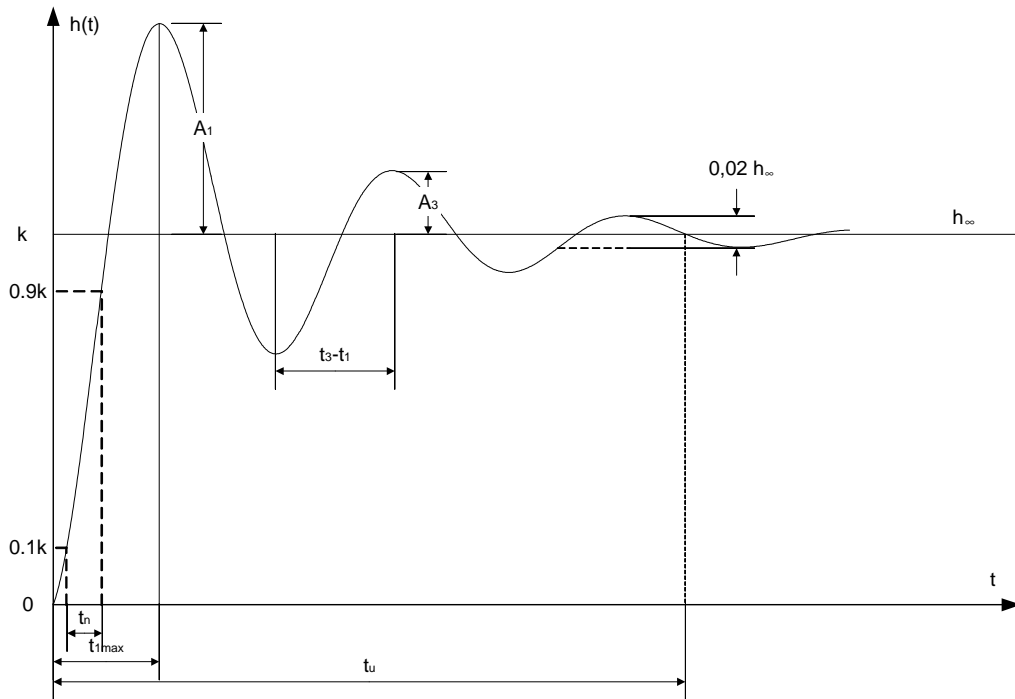
W przypadku obiektu oscylacyjnego:

$$G(s) = \frac{k}{T_n^2 s^2 + 2\zeta T_n s + 1} \quad (1.44)$$

na podstawie zarejestrowanego przebiegu jego odpowiedzi na skok jednostkowy wyznacza się parametry tzn. współczynnik wzmocnienia k (stosunek wartości ustalonej odpowiedzi do wartości sygnału wymuszającego), współczynnik tłumienia ξ i stałą czasową T (patrz rys.1.21 oraz zależności (1.45) i (1.46)).

$$\xi = \frac{\ln \frac{A_1}{A_3}}{\sqrt{4\Pi^2 + \ln \frac{A_1}{A_3}}} \quad (1.45)$$

$$T = \frac{\sqrt{1-\xi^2} (t_3 - t_2)}{\Pi} \quad (1.46)$$

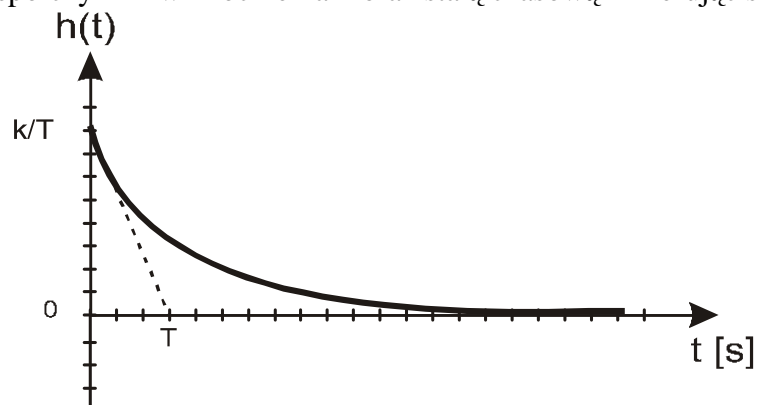


Rys.1.21. Odpowiedź na skok jednostkowy obiektu oscylacyjnego II rzędu.

Natomiast w przypadku obiektu różniczkującego:

$$G(s) = \frac{ks}{(Ts+1)} \quad (1.47)$$

należy wyznaczyć współczynnik wzmocnienia k oraz stałą czasową T kierując się rys. 1.22.



Rys.1.22. Odpowiedź na skok jednostkowy obiektu różniczkującego.

b) obiekty astatyczne

Dla obiektów astatycznych (zawierających człony całkujące) wyższych rzędów transmitancję rzeczywistą aproksymuje się transmitancją o postaci:

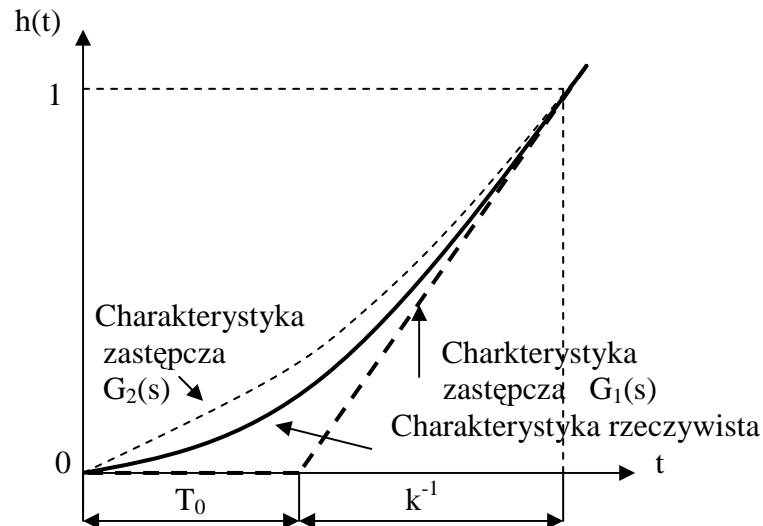
$$G_1(s) = \frac{k}{s} e^{(-sT_0)} \quad (1.48)$$

lub:

$$G_2(s) = \frac{k}{s(1+Ts)} \quad (1.49)$$

gdzie: k - współczynnik wzmocnienia prędkościowego,
 T_0 - opóźnienie,
 T - stała czasowa.

Sposób wyznaczania parametrów transmitancji pokazuje rys.1.23.



Rys.1.23. Wyznaczanie parametrów transmitancji zastępczych obiektu astatycznego.

1.6. Identyfikacja własności dynamicznych obiektu metodą charakterystyk częstotliwościowych

Metody charakterystyk częstotliwościowych należą obok metody charakterystyk czasowych do podstawowych metod identyfikacji obiektów dynamicznych. Metody te są znacznie dokładniejsze i pewniejsze niż metoda charakterystyk czasowych, lecz niejednokrotnie są znacznie bardziej pracochłonne.

Wyznaczanie charakterystyk częstotliwościowych polega na pomiarze (zarejestrowaniu) w stanie ustalonym odpowiedzi obiektu na wymuszenie sinusoidalne o stałej amplitudzie i częstotliwości. Pomiarów takich dokonuje się przy różnych częstotliwościach kątowych (pulsacjach) teoretycznie dla pasma od $\omega=0$ do $\omega=\infty$.

Dla obiektów liniowych odpowiedź na wymuszenie sinusoidalne ma również kształt sinusoidalny, lecz dla różnych pulsacji inną amplitudę i inną fazę w zależności od właściwości obiektu.

Na podstawie przeprowadzonych pomiarów można wykreślić charakterystyki częstotliwościowe obiektu takie jak: charakterystyka amplitudowo-fazowa, charakterystyki logarytmiczne amplitudowa i fazowa. Charakterystyki te opisują własności dynamiczne obiektu jak również są wykorzystywane do projektowania układów regulacji automatycznej (dobór korektorów, regulatorów i ich nastaw, analiza stabilności, itp.).

Znając przebieg charakterystyk częstotliwościowych należy określić typ transmitancji widmowej obiektu a następnie wyznaczyć punkty charakterystyczne, z których można byłoby określić parametry tej transmitancji.

Ogólnie można powiedzieć, że identyfikacja obiektu regulacji będzie polegała na wykreśleniu doświadczalnie uzyskanej charakterystyki amplitudowo-fazowej obiektu i porównaniu jej z charakterystykami podstawowych członów dynamicznych wykreślonymi w tej samej skali. W pewnych przypadkach lepsze efekty daje porównanie charakterystyk logarytmicznych amplitudowej i fazowej obiektu z tymi samymi charakterystykami podstawowych członów dynamicznych. Wadą tej metody jest jednak konieczność uzgodnienia skali częstotliwości. Wartości parametrów transmitancji widmowej wyznacza się z asymptotycznej charakterystyki logarytmicznej amplitudowej i fazowej.

1.6.1. Identyfikacja na podstawie logarytmicznych charakterystyk amplitudowych i fazowych

Zasadniczym powodem stosowania charakterystyk logarytmicznych jest łatwość określania charakterystyki wypadkowej dowolnie złożonego układu jako złożenia charakterystyk logarytmicznych prostych członów połączonych kaskadowo. Wynika to z następującego rozumowania: każdą transmitancję widmową układu realizowanego fizycznie można przedstawić w postaci ilorazu dwóch funkcji algebraicznych.

W transmitancji widmowej postaci:

$$G(j\omega) = k \frac{L(j\omega)}{M(j\omega)} \quad (1.50)$$

gdzie: k – stała, równa współczynnikowi wzmocnienia,

$L(j\omega)$, $M(j\omega)$ – wielomiany licznika i mianownika, przy czym stopień $L(j\omega)$ jest mniejszy od stopnia wielomianu $M(j\omega)$,
mogą wystąpić trzy rodzaje czynników:

$$(j\omega)^m; (j\omega T + 1)^n; \text{ oraz } [(j\omega T)^2 + 2j\xi\omega T + 1]^p \quad (1.51)$$

Transmitancję $G(j\omega)$ można zapisać jako iloczyn transmitancji elementarnych (1.51) i wtedy:

$$\begin{aligned} G(j\omega)e^{j\phi/\omega} &= |G_1(j\omega)|e^{j\phi_1/\omega} \cdot |G_2(j\omega)|e^{j\phi_2/\omega} \dots |G_n(j\omega)|e^{j\phi_n/\omega} = \\ &= |G_1(j\omega)| \cdot |G_2(j\omega)| \dots |G_r(j\omega)| e^{j\phi_1/\omega + j\phi_2/\omega + \dots + j\phi_r/\omega} \end{aligned} \quad (1.52)$$

Przechodząc do charakterystyk logarytmicznych otrzymujemy:

$$\begin{aligned} 20 \log |G(j\omega)| &= 20 \log |G_1(j\omega)| + 20 \log |G_2(j\omega)| + \dots + 20 \log |G_r(j\omega)| = \\ &= L_m [G_1(j\omega)] + L_m [G_2(j\omega)] + \dots + L_m [G_r(j\omega)] \end{aligned} \quad (1.53)$$

oraz

$$\varphi(\omega) = \varphi_1(\omega) + \varphi_2(\omega) + \dots + \varphi_r(\omega) \quad (1.54)$$

Stąd widać, że wykresy charakterystyk logarytmicznych tworzy się przez geometryczne sumowanie charakterystyk wykreślonych dla poszczególnych czynników (transmitancji elementarnych) transmitancji widmowej.

Drugą zaletą stosowania charakterystyk logarytmicznych jest łatwość ich przybliżonego uproszczenia, czyli przedstawiania w tzw. postaci asymptotycznej. Polega to na tym, że dla czynników o postaci $(j\omega T + 1)$ rysujemy asymptoty charakterystyki logarytmicznej amplitudowej korzystając z zależności:

$$20 \log \sqrt{\omega^2 T^2 + 1} = \begin{cases} 0 & \text{dla } \omega \rightarrow 0 \\ 20 \log(\omega T) & \text{dla } \omega \rightarrow \infty \text{ (wtedy } \omega T \gg 1) \end{cases} \quad (1.55)$$

Przykład 1: Dana jest transmitancja widmowa pewnego obiektu dynamicznego:

$$G / j\omega = \frac{k / j\omega T_1 + 1}{j\omega / j\omega T_2 + 1 / j\omega T_3 + 1 / \omega^2} \quad (1.56)$$

przy czym: $1 > T_1 > T_2 > T_3$; $k > 1$

Transmitancja (1.56) może zostać przekształcona w następujący sposób:

$$G/j\omega = |G/j\omega| e^{j \arg G/j\omega} = \frac{|k| e^{j \arg k} |j\omega T_1 + 1| e^{j \arg/j\omega T_1 + 1/}}{|j\omega| e^{j \arg/j\omega} |j\omega T_2 + 1| e^{j \arg/j\omega T_2 + 1/} \left\{ |j\omega T_3 + 1| e^{j \arg/j\omega T_3 + 1/} \right\}^2} =$$

$$= \frac{k \sqrt{\omega^2 T_1^2 + 1}}{\omega \sqrt{\omega^2 T_2^2 + 1} \cdot \sqrt{\omega^2 T_3^2 + 1}} e^{j / \arctg \omega T_1 - \frac{\pi}{2} - \arctg \omega T_2 - 2 \arctg \omega T_3 /}$$
(1.57)

Wówczas otrzymujemy logarytmiczne charakterystyki:

amplitudową:

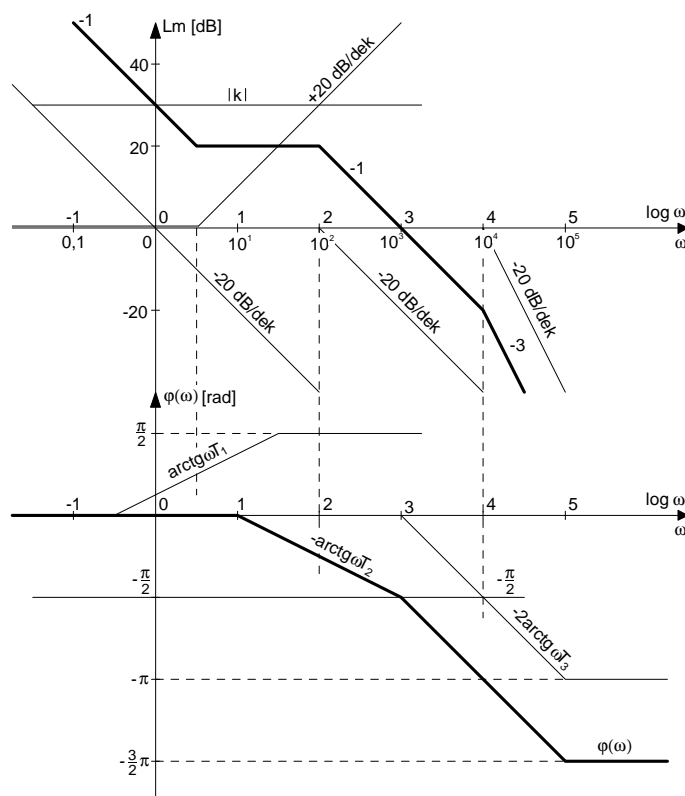
(1.58)

$$L_m = 20 \log |G/j\omega| = 20 \log k + 20 \log \sqrt{\omega^2 T_1^2 + 1} - 20 \log \omega - 20 \log \sqrt{\omega^2 T_2^2 + 1} - 40 \log \sqrt{\omega^2 T_3^2 + 1}$$

i fazową:

$$\phi = \arg G/j\omega = \arctg \omega T_1 - \frac{\pi}{2} - \arctg \omega T_2 - 2 \arctg \omega T_3$$
(1.59)

Na rysunku 1.24 przedstawiono charakterystykę asymptotyczną amplitudy i fazy dla powyższego przykładu. Rzeczywista logarytmiczna charakterystyka amplitudowa ma nieco inny przebieg. Największe różnice występują dla punktów załamania.



Rys. 1.24. Charakterystyki logarytmiczne asymptotyczne dla przykładu 1.

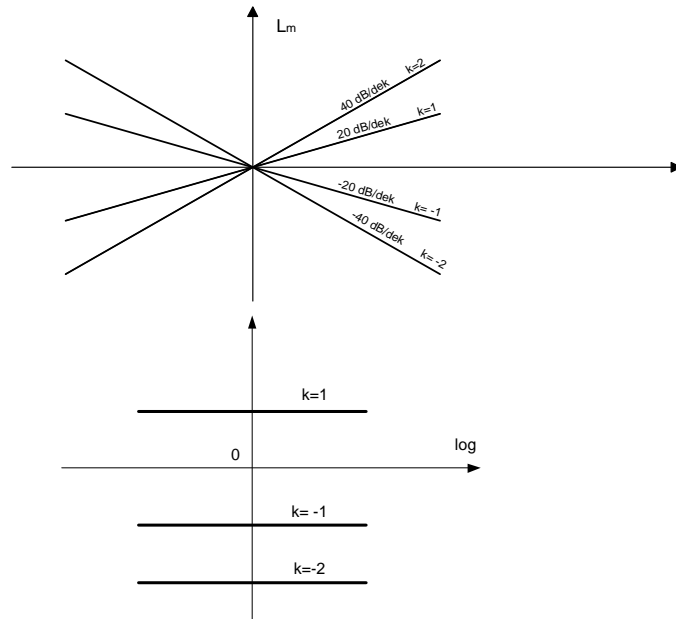
Przykład 2: Dla prostych członów o transmitancji postaci:

a) $G(s) = s^k$; $k = \pm 1, \pm 2, \dots$ (1.60)

charakterystyka amplitudowa:

$$20 \log |G(j\omega)| = k \cdot 20 \log(\omega)$$
(1.61)

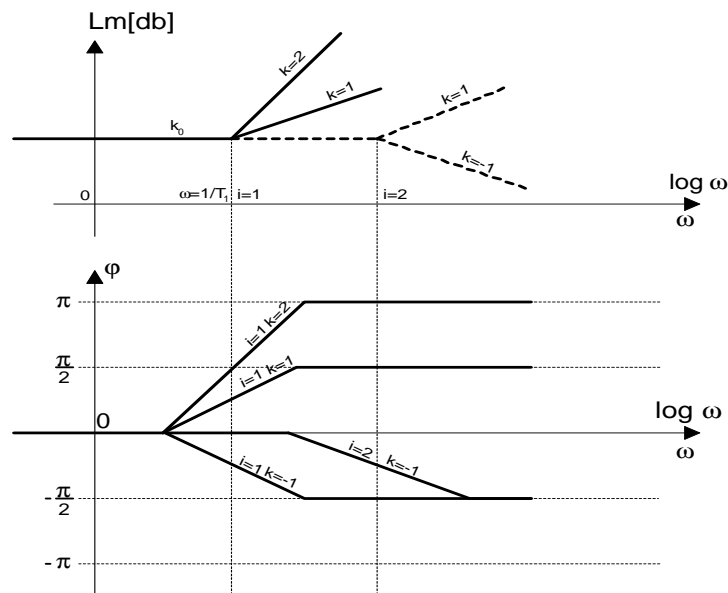
dla dowolnego k przedstawia pęk prostych (o nachyleniu k) przechodzących przez początek układu współrzędnych. Charakterystyki fazowe natomiast nie zależą od częstotliwości i w całym zakresie jej zmian są prostymi poziomymi o rzędnych: $k \cdot \pi/2$ (patrz rys. 1.25).



Rys. 1.25. Charakterystyki asymptotyczne członu $G(s) = S^k$

b) $G(s) = K(1+sT_i)^k$; $k = \pm 1, \pm 2, \dots; i = 1, 2, \dots$ (1.62)

asymptotyczne charakterystyki przedstawia rys.1.26.



Rys. 1.26. Charakterystyki asymptotyczne członu $G(s) = K(1+sT_i)^k$

Dla dowolnego k zmienia się nachylenie charakterystyki amplitudowej oraz graniczna faza w charakterystyce fazowej.

Tok postępowania przy identyfikacji obiektów na podstawie logarytmicznych charakterystyk amplitudowych:

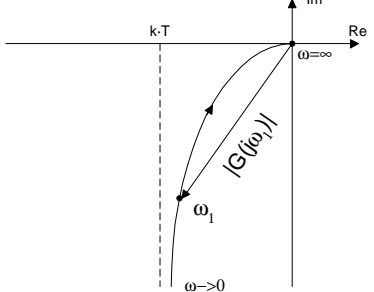
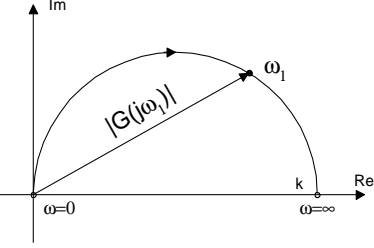
- Po doświadczalnym zdjęciu charakterystyk rysujemy asymptoty charakterystyki amplitudowej dla małych i dużych częstotliwości.
- Na podstawie znaku współczynnika nachylenia asymptoty dla małej częstotliwości i na podstawie charakterystyki fazowej (sprawdzamy czy dla $\omega \rightarrow 0$ faza jest dodatnia czy ujemna) określamy czy obiekt jest statyczny i czy zawiera elementy różniczkujące. Na podstawie nachylenia asymptoty dla $\omega \rightarrow 0$ określamy rząd całkowania lub różniczkowania.
- Znając nachylenie w dB/dek asymptotycznej charakterystyki logarytmicznej dla $\omega \rightarrow 0$ określamy rząd inercji występującej w obiekcie.
- Piszemy postać transmitancji obiektu (tzn. proponujemy postać równania różniczkowego opisującego obiekt).
- Na podstawie wartości L_m dla $\log(\omega)=1$ obliczamy współczynnik wzmocnienia K obiektu.
- Z punktów załamania charakterystyki asymptotycznej określamy stałe czasowe inercji i różniczkowania.

1.6.2. Identyfikacja na podstawie charakterystyk amplitudowo-fazowych

Charakterystyki amplitudowo-fazowe prostych członów dynamicznych oraz wzory pozwalające na estymację parametrów ich transmitancji zestawione są w tablicy 1.2

Tablica 1.2.

L.p.	ELEMENT	CHARAKTERYSTYKA AMPLITUDOWO-FAZOWA	WZORY
1.	Inercyjny I-go rzędu		$G(j\omega) = \frac{k}{1 + j\omega T}$ $ G(j\omega) = \frac{k}{\sqrt{\omega_1^2 T^2 + 1}}$
2.	Inercyjny II-go rzędu		$G(j\omega) = \frac{k}{(1 + j\omega T_1)(1 + j\omega T_2)}$ $ G(j\omega) = \frac{k}{\sqrt{(\omega_1^2 T_1^2 + 1)(\omega_2^2 T_2^2 + 1)}}$ <p>dla $\omega_2 = \frac{1}{\sqrt{T_1 T_2}} \quad \text{Re}[G(j\omega_2)] = 0$</p> <p>oraz $\text{Im}[G(j\omega_2)] = \frac{k(T_1 + T_2)}{\sqrt{T_1 T_2}}$</p>
3.	Oscylacyjny II-go rzędu		$G(j\omega) = \frac{k}{(j\omega)^2 T^2 + 2\xi T j\omega + 1}$ $ G(j\omega_{\max}) _{\max} = \frac{k}{2\xi \sqrt{1 - \xi^2}}$ $\omega_{\max} = \frac{1 - 2\xi^2}{T}$

4.	Całkujący rzeczywisty		$G(j\omega) = \frac{k}{j\omega(1+j\omega T)}$ $ G(j\omega) = \frac{k}{\omega_1 \sqrt{\omega_1^2 T^2 + 1}}$
5.	Różniczkujący rzeczywisty		$G(j\omega) = \frac{kj\omega}{1+j\omega T}$ $ G(j\omega_1) = \frac{k\omega_1}{\sqrt{\omega_1^2 T^2 + 1}}$

1.7. Instrukcja wykonania ćwiczenia

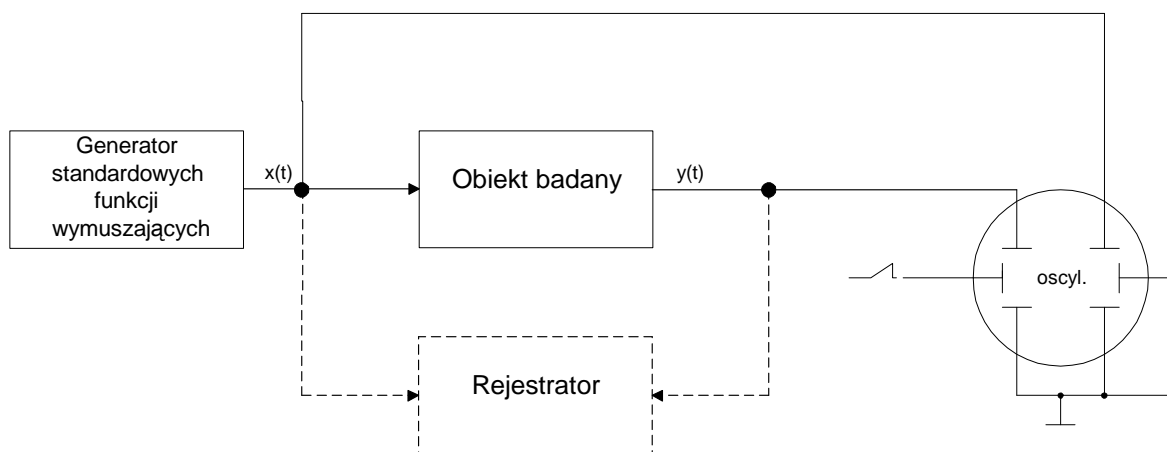
Ćwiczenie składa się z dwóch części:

A – Identyfikacja obiektów sterowania metodą charakterystyk czasowych

B - Identyfikacja obiektów sterowania metodą charakterystyk częstotliwościowych

A. Identyfikacja obiektów sterowania metodą charakterystyk czasowych

Wyznaczenie charakterystyk czasowych odbywa się w układzie pokazanym na rys. 1.27.



Rys.1.27. Ogólny układ wyznaczania charakterystyk czasowych.

W ćwiczeniu jako obiekty dynamiczne użyto modeli elektrycznych różnych transmitancji. Obiekty są w postaci tzw. „czarnych skrzynek” z wyodrębnionymi tylko wejściami i wyjściami. W ćwiczeniu wykorzystywany jest generator fali prostokątnej. W zależności od doboru czasu trwania impulsu w stosunku do stałych czasowych obiektu sygnał wymuszający można traktować jako skok jednostkowy bądź impuls prostokątny. Do rejestracji odpowiedzi obiektów na wymuszenia zastosowano oscyloskop dwukanałowy tak, żeby obserwować jednocześnie przebiegi wymuszenia i odpowiedzi. W przypadku „wolnych” obiektów należy użyć rejestratora wolnych przebiegów.

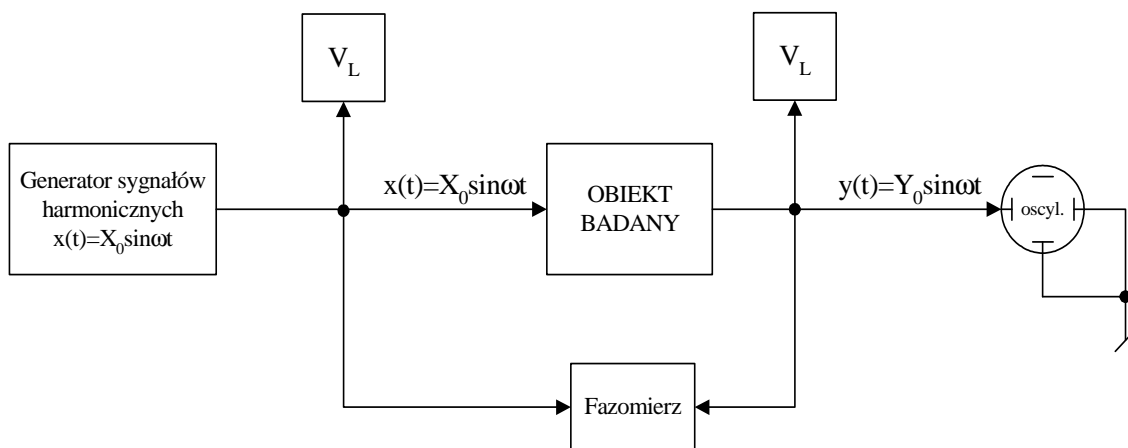
Przebieg ćwiczenia:

1. Połączyć układ pomiarowy zgodnie z rys. 1.27.

2. Zaobserwować i narysować odpowiedź skokową poszczególnych obiektów przy odpowiednim wyskalowaniu oscyloskopu bądź rejestratora oraz wstępnym określeniu parametrów wymuszenia.
3. Na podstawie charakterystyk czasowych, określić charakter badanego obiektu (postać jego transmitancji zastępczej) oraz oszacować jej parametry.

B. Identyfikacja obiektów sterowania metodą charakterystyk częstotliwościowych

Charakterystyki częstotliwościowe wyznacza się w układzie pomiarowym przedstawionym na rys. 1.28.



Rys. 1.28. Układ pomiarowy do wyznaczania charakterystyk częstotliwościowych.

W powyższym układzie pomiarowym do pomiaru przesunięcia fazowego pomiędzy harmonicznym sygnałem wejściowym a harmonicznym sygnałem wyjściowym wykorzystano fazomierz. Stosunek wskazań woltomierza na wyjściu do wskazań woltomierza na wejściu daje moduł transmitancji widmowej obiektu dla danej pulsacji (poszczególnych pomiarów dokonywać należy w stanie ustalonym dla określonej ω_i).

Przebieg ćwiczenia:

1. Przy pomocy dostępnych przyrządów pomiarowych połączyć układ badawczo-pomiarowych z rysunku 1.28.
2. Wybrać wartości pulsacji i dla nich pomierzyć wartości modułu (stosunek amplitud sygnału wejściowego i wyjściowego) i przesunięcia fazowego.
3. Poszczególne pomiary umieścić w tabelce i po koniecznych wyliczeniach narysować na jej podstawie charakterystyki częstotliwościowe (amplitudowo-fazową i logarytmiczne amplitudy i fazy). UWAGA!!!: Zwrócić uwagę na znak fazy.
4. Na podstawie uzyskanych charakterystyk (charakterystyki logarytmiczne aproksymować łamaną) zaproponować postać transmitancji obiektu oraz określić jej parametry.
5. Zaproponować realizację (strukturę wewnętrzną) modelu obiektu na elementach RLC tzn. narysować schemat i podać wartości elementów.

Literatura

1. Amberski K., Marusak A., Żydanowicz: *Laboratorium teorii regulacji*, W-wa, 1974
2. Campbell D. P.: *Dynamika procesów*, PWN, W-wa 1962
3. Górecki H.: *Analiza układów regulacji z opóźnieniem*. WNT, W-wa 1971
4. Findeisen W.: *Technika regulacji automatyka*, PWN, W-wa. 1965
5. Kaczorek T., *Teoria sterowania*, T1, PWN, W-wa 1977
6. Mańczak K.: *Metody identyfikacji wielowymiarowych obiektów sterowania*, WNT, W-wa 1968
7. Nowacki P., Szklarski L., Górecki H.: *Podstawy teorii układów regulacji automatycznej*, T1, PWN, W-wa 1976
8. Ordyncew W.: *Opis matematyczny obiektów regulacji automatycznej*, WNT, W-wa 1968
9. *Poradnik inżyniera automatyka*, WNT, W-wa 1973
10. Węgrzyn S.: *Podstawy automatyki*, PWN, W-wa 1979.