

**Politechnika Lubelska**  
**Katedra Automatyki i Metrologii**

**Laboratorium**  
**Podstaw Automatyki**

MECHATRONIKA

Ćwiczenie nr 3

**Temat: Analiza i synteza ciągłego układu automatycznej regulacji metodą symulacji komputerowej**

**Lublin 2015**

### 3.1 Wstęp

Celem ćwiczenia jest zapoznanie się z jednowymiarowym układem sterowania (SISO), pracującym w strukturze zamkniętej (z ujemnym sprzężeniem zwrotnym), zawierającym obiekt ciągły i analogowy regulator PID, przebadanie wpływu jego nastaw na przebieg procesu regulacji oraz nabycie umiejętności praktycznego ich doboru.

Ćwiczenie obejmuje:

- identyfikację obiektu regulacji,
- badanie wpływu struktury i nastaw regulatora PID na właściwości układu automatycznej regulacji, określane czasowymi wskaźnikami jakości,
- dobór efektywnych w praktyce nastaw regulatora (strojenie).

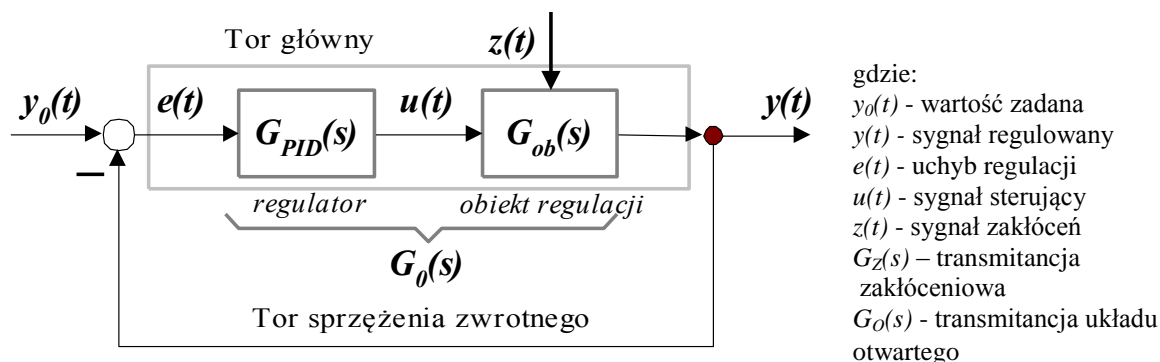
Przeprowadzane w ćwiczeniu badania i synteza dokonywana jest w dziedzinie czasu, metodą symulacji komputerowej, wykorzystującej aplikację zbudowaną w środowisku MATLAB-SIMULINK.

### 3.2 Układy regulacji ze sprzężeniem zwrotnym

#### Pojęcie układu regulacji

**Sterowanie** jest to świadome, kontrolowane oddziaływanie na proces fizyczny, mające na celu uzyskanie wymaganego przebiegu tego procesu.

Pod pojęciem **układ sterowania** rozumie się zespół współdziałających ze sobą urządzeń (i ludzi), który realizuje proces fizyczny oraz sterowanie jego przebiegiem. Układ sterowania składa się z dwóch podstawowych członów funkcjonalnych: **obiekta sterowanego**, w którym zachodzi dany proces fizyczny, oraz **urządzenia sterującego**, wytwarzającego sygnały sterujące przebiegiem procesu. Ze względu na sposób powiązania tych członów można rozróżnić dwa rodzaje sterowania: sterowanie w układzie otwartym i sterowanie w układzie zamkniętym. Sterowanie w układzie zamkniętym nazywa się **regulacją**, zaś układ, w którym realizowana jest regulacja - **układem regulacji**. Podstawowy schemat blokowy układu regulacji oraz oznaczenia i nazwy sygnałów przedstawia rys.3.1.



Rys.3.1. Elementarny schemat blokowy jednowymiarowego układu regulacji (SISO)

Regulacja jest szczególnym przypadkiem sterowania. W odniesieniu do układu regulacji poszczególne nazwy (w porównaniu z nazwami w układzie sterowania) będą więc następujące:

- zamknięty układ sterowania - **układ regulacji**,
- obiekt - **obiekt regulowany**,
- sygnał sterowany - **sygnał regulowany**,
- urządzenie sterujące - **regulator**.

Podczas procesu sterowania w układzie regulacji ciągłej (analogowej) regulator jest automatycznie "informowany" o aktualnej wartości wielkości regulowanej  $y(t)$ . Sygnał regulujący (sterujący)  $u(t)$  zależy od sygnału regulowanego i musi być tak kształtowany, aby zapewnić wymagany przebieg wielkości regu-

lowanej  $y(t)$  zadawanej sygnałem  $y_0(t)$ , niezależnie od zakłóceń  $z(t)$  i zmian parametrów obiektu regulowanego. Zadanie sterowania realizowane jest automatycznie dzięki **sprzężeniu zwrotnemu**. Sygnał regulowany  $y(t)$  (jego aktualna wartość) jest porównywany z sygnałem zadaniem  $y_0(t)$ , określającym wartość wielkości  $y(t)$ , wymaganą w procesie sterowania. Różnica tych sygnałów  $e(t)$  - zwana **uchybem regulacji** - jest przetwarzana w regulatorze w sygnał sterujący  $u(t)$  (zgodnie z jego „strategią”). Rola regulatora w układzie polega na takim oddziaływaniu na obiekt regulowany, aby w każdej chwili czasu dążyć do zrównania wartości  $y(t)$  z wartością  $y_0(t)$ , czyli sygnał sterujący z regulatora powinien prowadzić do wyzerowania uchybu regulacji.

Zadanie stojące przed układem regulacji jest określone przez charakter sygnału  $y_0(t)$  (wartość zadana wielkości regulowanej). Może on przybierać wartość stałą (**regulacja stalowartościowa**), może być zmienny według określonego programu (**regulacja programowa**) lub może mieć przebieg przypadkowy (**regulacja nadążna**).

Przykładem regulacji stalowartościowej może być stabilizacja poziomu cieczy, materiału sypkiego w zbiorniku, natężenia przepływu medium, temperatury bądź napięcia prądu elektrycznego, itp. Przykładem regulacji programowej może być regulacja procesu obróbki cieplnej według określonego harmonogramu przebiegu temperatury, sterowanie procesem obróbki mechanicznej detali, regulacja przebiegu procesu chemicznego, itp. Przykładem regulacji nadążnej może być np. regulacja procesem śledzenia położenia radaru przez urządzenie naprowadzające.

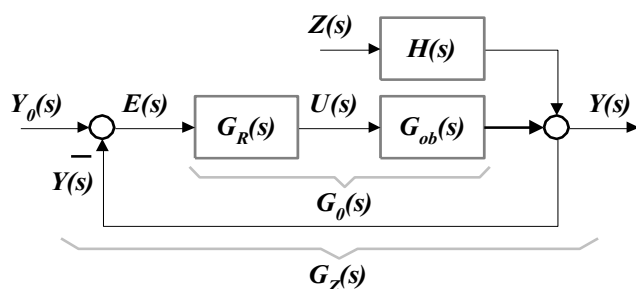
Sterowanie w **układzie otwartym** ma miejsce wtedy, gdy urządzenie sterujące (regulator, człowiek) nie jest informowane o zmianach sygnału sterowanego, czyli nie istnieje informacyjne sprzężenie zwrotne o efektach sterowania. Ten sposób sterowania wymaga:

- znajomości modelu matematycznego obiektu,
- niezmienności (stacjonarności) charakterystyk obiektu,
- braku zakłóceń lub możliwości ich pomiaru w celu ich kompensacji.

Pomimo iż dokładne spełnienie powyższych założeń w rzeczywistości jest niemożliwe, ten sposób oddziaływania na obiekty jest często jedyną możliwością sterowania, szczególnie tzw. trudnych obiektów. Przykładami tego typu sterowania jest np. : sterowanie natężeniem przepływu w rurociągu na podstawie podziałki stopnia otwarcia zaworu, ręczne sterowanie napięciem wyjściowym autotransformatora na podstawie położenia suwaka, sterowanie złożonych procesów chemicznych, cementowych i innych w oparciu o model matematyczny.

### Struktura liniowego układu automatycznej regulacji i związki pomiędzy sygnałami

Traktując ciągły UAR (Układ Automatycznej Regulacji) jako liniowy i dokonując analizy jego zachowań w czasie ciągłym, wygodnie jest posługiwać się rachunkiem operatorowym oraz pojęciem transmitancji operatorowych, wiążących interesujące sygnały w układzie. Schemat blokowy liniowego układu regulacji pokazany jest na rys. 3.2. Oznaczono na nim transmitancję obiektu przez  $G_{ob}(s)$ , regulatora  $G_R(s)$ , transformaty odpowiednich sygnałów tzn.: zadanego, uchybu, regulującego, regulowanego i zakłócenia - odpowiednio przez  $Y_0(s)$ ,  $E(s)$ ,  $U(s)$ ,  $Y(s)$ ,  $Z(s)$ . Przez  $H(s)$  oznaczona jest transmitancja zakłócenia układu regulacji. Jeżeli  $H(s)=1$  tzn., że zakłócenie (zastępcze) oddziałuje bezpośrednio na wyjście obiektu; jeżeli  $H(s)=G_{ob}(s)$  - zakłócenie oddziałuje na wejście obiektu, ale na schemacie blokowym ujmowane jest to w postaci zakłócenia sprowadzonego na wyjście obiektu.



Transformaty Laplac'ea

- $Y_0(s)$  - wartości zadanej
- $Y(s)$  - sygnału regulowanego
- $E(s)$  - uchybu regulacji
- $U(s)$  - sygnału sterującego
- $Z(s)$  - sygnału zakłócającego
- $G_Z(s)$  - transmitancja UAR

Rys. 3.2. Schemat blokowy jednowymiarowego liniowego układu regulacji

$G_o(s)$  - transmitancja układu otwartego

$$G_o(s) = \frac{Y'(s)}{E(s)} \Big/ Z(s) = 0 \quad (3.1)$$

$G_z(s)$  - transmitancja układu otwartego

$$G_z(s) = \frac{Y(s)}{Y_0(s)} \Big/ Z(s) = 0 \quad (3.2)$$

Z rysunku 3.2. wynikają następujące zależności:

$$E(s) = Y_0(s) - Y(s) \quad (3.3)$$

$$Y(s) = G_r(s) \cdot G_{ob}(s) \cdot E(s) + H(s) \cdot Z(s) \quad (3.4)$$

Po przekształceniach otrzymano:

$$E(s) = \frac{1}{1 + G_o(s)} \cdot Y_0(s) - \frac{H(s)}{1 + G_o(s)} \cdot Z(s) \quad (3.5)$$

oraz

$$Y(s) = \frac{G_o(s)}{1 + G_o(s)} \cdot Y_0(s) + \frac{H(s)}{1 + G_o(s)} \cdot Z(s) \quad (3.6)$$

Zależności (3.5) i (3.6) umożliwiają wyznaczenie przebiegów  $y(t)$  i  $e(t)$  przy zadanych  $y_0(t)$  i  $z(t)$  i znanych transmitancjach.

**Transmitancją uchybową** ze względu na wartość zadaną nazywamy wyrażenie:

$$G_u(s) = \frac{1}{1 + G_o(s)} = \frac{E(s)}{Y_0(s)} \Big/ Z(s) = 0 \quad (3.7)$$

**Transmitancją uchybową** ze względu na zakłócenie nazywamy wyrażenie

$$G_{zakl.}(s) = \frac{H(s)}{1 + G_o(s)} = \frac{E(s)}{Z(s)} \Big/ Y_0(s) = 0 \quad (3.8)$$

Z zależności (3.5) wynika, że aby uchyb regulacji  $e(t)$  dla dowolnego wymuszenia  $y_0(t)$  i dowolnego zakłócenia  $z(t)$  dążył do zera, transmitancja układu otwartego  $G_o(s)$  (czyli wzmacnienie) musi dążyć do nieskończoności. Warunek ten jest często sprzeczny z warunkami stabilności układu regulacji automatycznej.

### 3.3 Jakość układów regulacji

Generalnym zadaniem układu regulacji jest minimalizacja **uchybu regulacji**, czyli różnicy pomiędzy wartością zadaną  $y_0(t)$ , a aktualnie występującą na wyjściu obiektu  $y(t)$ ;  $e(t) = y_0(t) - y(t)$ .

W idealnym układzie sygnał  $y(t)$  powinien dokładnie odwzorowywać  $y_0(t)$ , wtedy  $e(t) = 0$ . Tak jednak nie dzieje się nigdy z uwagi na istnienie „dynamiki” procesu i zakłóceń. Aby skompensować wpływ dynamiki obiektu oraz zakłóceń należy znać (mierzyć) uchyb regulacji  $e(t)$  i na jego podstawie oddziaływać na obiekt tak, aby dążyć do zlikwidowania różnicy pomiędzy wartością zadaną a aktualną regulowaną wielkością. Na tym właśnie polega idea zamkniętego układu sterowania, czyli układu pracującego z ujemnym sprzężeniem zwrotnym. Urządzeniem wypracowującym sygnał sterujący  $u(t)$  wg określonej strategii jest **regulator**. Najbardziej rozpowszechnionym typem regulatora jest regulator PID, którego własności (strategię) opisuje równanie dynamiki postaci:

$$u(t) = K_p \left\{ e(t) + \frac{1}{T_i} \int e(t) dt + T_d \frac{de(t)}{dt} \right\} \quad (3.9)$$

Odpowiadająca mu transmitancja ma postać:

$$U(s) = K_p \left( 1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right) E(s) \quad (3.10)$$

Regulator PID wypracowuje na swoim wyjściu sygnał sterujący, który jest sumą (z odpowiednio dobranymi wagami - nastawami), działania proporcjonalnego, całkującego i różniczkującego. Przy odpowiednio dobranych nastawach powyższa struktura równoległa daje możliwość realizacji algorytmu:

- proporcjonalnego **P**,
- proporcjonalno - całkującego **PI**,
- proporcjonalno - różniczkującego **PD**,
- proporcjonalno - całkująco - różniczkującego **PID**.

Do oceny stopnia realizacji zadania przez UAR wykorzystywane są w praktyce różnorodne kryteria (wskaźniki) jakości: Są to najczęściej dla dziedziny czasu:

**1. Stabilność układu** - podstawowy wymóg stawiany układowi automatycznej regulacji - często jedynym celem zastosowania układu automatyki "na obiekcie" jest ustabilizowanie jego pracy,

**2. Dokładność statyczna**, czyli **uchyby regulacji w stanie ustalonym** ( $e_{st}$ ) - określa, czy układ osiąga wartość zadaną, gdy ustana procesy przejściowe,

**3. Zapewnienie żądanych własności dynamicznych**

„Dynamiczną” jakość UAR określa się z pomocą szeregu wskaźników, odnoszących się do wybranych cech przebiegu przejściowego odpowiedzi skokowej lub uchybu (od wymuszenia lub zakłócenia). Są to najczęściej (rys. 3.3):

- **Czas regulacji** ( $t_r$ ) - liczony od początku przebiegu przejściowego do chwili, gdy sygnał jest mniejszy od założonej wartości np. 5% lub 10% swojej wartości ustalonej.
- **Przeregulowanie**  $M_p$  (oznaczane także jako  $p$ )- określone jako procentowy udział ujemnego uchybu maksymalnego w dodatniej wartości ustalonej sygnału regulowanego lub odwrotnie, innymi słowy jest to stosunek modułu wartości maksymalnej sygnału regulowanego do modułu wartości ustalonej tego sygnału pomniejszony o jeden. Przeregulowanie rośnie w miarę zbliżania się układu do granicy stabilności. Przeregulowanie odpowiedzi skokowej jest miarą stabilności układu zamkniętego. Jeżeli rozpatrywany jest przebieg uchybu regulacji (np. w odpowiedzi na skokowe zakłócenie) lub odpowiedź swobodna układu, to jako analogiczny wskaźnik przeregulowań stosuje się **współczynnik zanikania**  $\kappa$ . tj. iloraz wartości bezwzględnych amplitud dwóch sąsiednich przeregulowań:

$$\kappa = \left| \frac{e_{p2}}{e_{p1}} \right| \cdot 100\% .$$

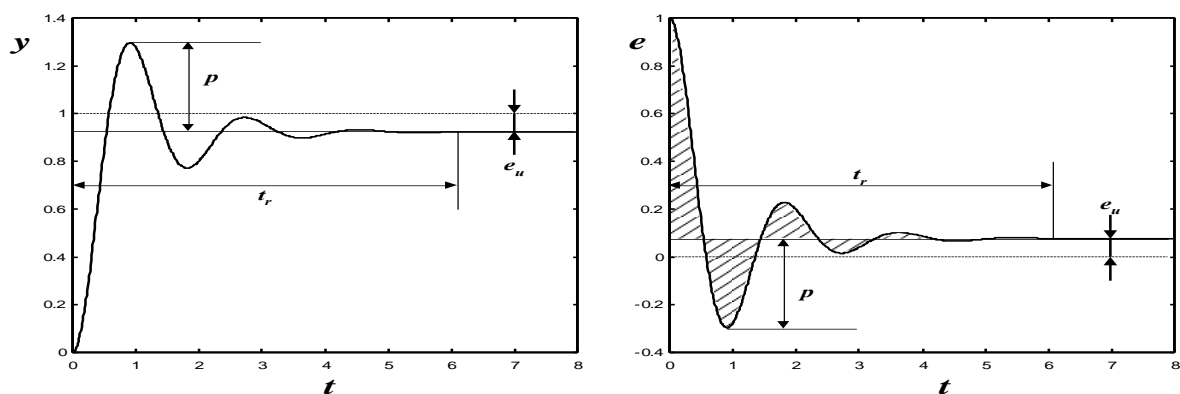
- **Szybkość narastania sygnału. czas narastania**  $t_n$  tj. czas potrzebny do tego, aby charakterystyka skokowa osiągnęła od 10% do 90% wartości ustalonej (inna definicja określa czas narastania jako czas dojścia od 0 do 100% wartości ustalonej). Czas narastania określa szybkość działania układu regulacji.

W przypadku przebiegów aperiodycznych przeregulowanie jest równe 0. Dla układu znajdującego się na granicy stabilności przeregulowanie =100%. Jeżeli układ zamknięty (nawet jeśli jest to układ wyższego rzędu) można aproksymować transmitancją członu oscylacyjnego II rzędu posta-

$$ci : G(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} .$$

gdzie:  $\omega_n$  – częstotliwość drgań własnych nietłumionych,  $\xi$  – względny współczynnik tłumienia

- **Aperiodyczność** lub **oscylacyjność** - przebiegi aperiodyczne charakteryzują się brakiem oscylacji.



Rys.3.3. Przykładowa odpowiedź skokowa UAR  $y(t)$  oraz odpowiadający jej przebieg uchybu  $e(t)$

- **Kryteria całkowe.** Wskaźniki te całościowo ujmują jakość przebiegu regulacji. Należy zauważyć, że jakość regulacji jest tym lepsza, im mniejsze jest pole ograniczone przebiegiem  $e(t)$  i  $e_u$ . Najczęściej w praktyce wykorzystywane są wskaźniki całkowe definiowane jako:

$$ISE = \int_0^{\infty} [e_u - e(t)]^2 dt \quad (3.11)$$

$$IAE = \int_0^{\infty} |e_u - e(t)| dt \quad (3.12)$$

### 3.4 Dokładność statyczna układu

Miarą dokładności w stanie ustalonym układu regulacji są wartości uchybu w stanie ustalonym:

$$e_u = Y_{0ust}(t) - Y_{ust}(t) \quad (3.13)$$

$$e_u = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot E(s) \quad (3.14)$$

Jak wynika z wzoru (3.5) w ogólnym przypadku uchyb ustalony jest sumą składowych: składowej wywołanej zmianą wartości zadanej i składowej wywołanej zakłóceniami. Poszczególne składowe uchyby ustalonego wyznaczyć można z twierdzenia o wartości końcowej (wzór 3.14).

Decydujący wpływ na dokładność statyczną dla różnych typów sygnałów wymuszających ma postać transmitancji układu otwartego  $G_0(s)$  tzn. liczba jej zerowych biegunów, czyli liczba idealnych członów całkujących włączonych do układu otwartego. Układy, w których transmitancja układu otwartego  $G_0(s)$  nie ma biegunów zerowych, nazywane są układami statycznymi. Układy, w których istnieje co najmniej jeden biegun zerowy, nazywa się układami astatycznymi. Układ zamknięty jest układem astatycznym 1-tego stopnia, jeżeli układ otwarty zawiera "1" połączonych szeregowo idealnych członów całkujących, czyli jego transmitancja ma postać:

$$G_0(s) = \frac{L(s)}{s^l M(s)} \quad (3.15)$$

Układ astatyczny 1-tego rzędu odtwarza lub (i) kompensuje dokładnie w stanie ustalonym (z uchybem  $e_u = 0$ ) sygnały zewnętrzne 1-1 rzędu.

Korzystając z zależności (3.5) i (3.14) możliwe jest wyznaczenie wyrażenia, z którego można wyliczyć wartość uchybu ustalonego od wybranego sygnału. Np. dla wymuszenia  $y_0(t)$  w postaci skoku jednostkowego dla którego  $L[1(t)] = 1/s$  otrzymuje się:

$$e_u = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot E(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot G_u(s) \cdot Y_0(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{1 + G_0(s)} \quad (3.16)$$

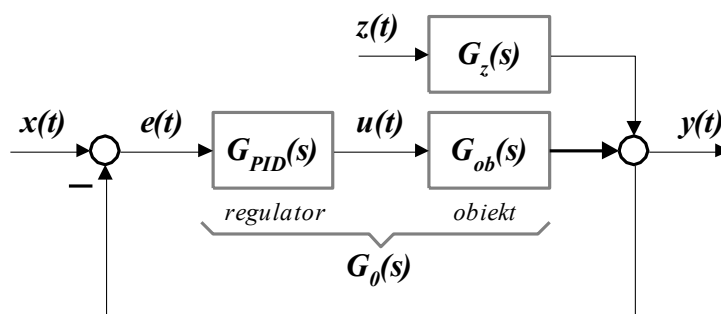
Z zależności (3.16) wynika, że uchyb ustalony, dla wymuszenia w postaci skoku położenia (tzw. uchyb położeniowy lub statyczny) w układach statycznych istnieje, ale maleje wraz ze wzrostem współczynnika wzmocnienia układu otwartego z zależnością odwrotnie proporcjonalną, czyli:

$$e_u = \frac{1}{1 + K_o} \quad (3.17)$$

gdzie przez  $K_o$  oznaczono współczynnik wzmocnienia układu otwartego.

### 3.4.1. Rola ujemnego sprzężenia zwrotnego oraz wpływ współczynnika wzmocnienia układu otwartego na parametry układu zamkniętego

Do rozważań przyjęty został UAR o elementarnej strukturze przedstawionej na rys.3.4.



Rys. 3.4. Schemat blokowy rozpatrywanego układu regulacji (układ jednopętlowy, ze sztywnym ujemnym sprzężeniem zwrotnym, bez uwzględnienia zakłóceń, czyli  $z(t)=0$  - rozpatrywane będą tylko właściwości nadążne UAR

Układ będzie zawierał regulator o transmitancji  $G_r(s) = K_R$  (bierzemy pod uwagę tylko działanie proporcjonalne) oraz obiekt oscylacyjny 2-go rzędu o transmitancji

$$G_{ob}(s) = \frac{K_{ob}}{T_o^2 s^2 + 2\xi T_o s + 1} \quad (3.18)$$

Przez zmianę nastawy regulatora (współczynnika wzmocnienia) można wpływać na współczynnik wzmocnienia układu otwartego  $K_o$  (będącego iloczynem współczynnika wzmocnienia regulatora i obiektu regulacji). Właściwości rozpatrywanego UAR (stabilność, dynamika przebiegów uchybu od zakłóceń i (lub) wymuszeń, dokładność w stanie ustalonym itd.) będą ogólnie mówiąc zależały od dynamiki i statyki obiektu ( parametrów jego modelu matematycznego - transmitancji), wartości nastawy regulatora oraz struktury układu (faktu objęcia obiektu ujemnym sprzężeniem zwrotnym). Na obiekt  $G_{ob}(s)$  pracujący w układzie automatycznej regulacji należy spojrzeć jak na nowy obiekt o transmitancji zastępczej równej transmitancji układu zamkniętego  $G_z(s)$  i nowych właściwościach determinowanych przez zastępcze parametry. Transmitancję  $G_z(s)$  wyznacza się ze znanej powszechnie zależności, która w odniesieniu do rozpatrywanego układu ma następującą postać:

$$G_z(s) = \frac{G_o(s)}{1 + G_o(s)} = \frac{G_r(s) \cdot G_{ob}(s)}{1 + G_r(s)G_{ob}(s)} \quad (3.19)$$

Po podstawieniu do zależności (3.22) postaci odpowiednich transmitancji i po kolejnych przekształceniach otrzymuje się wyrażenie na transmitancję zastępczą obiektu postaci

$$G_z(s) = \frac{K_z}{T_{oz}^2 s^2 + 2\xi_z T_{oz} s + 1} \quad (3.20)$$

o parametrach zastępczych równych

$$K_z(s) = \frac{K_R K_{ob}}{1 + K_R K_{ob}} \quad (3.21)$$

$$T_{oz}(s) = \frac{T_o}{\sqrt{1 + K_R K_{ob}}} \quad (3.22)$$

$$\xi_{oz}(s) = \frac{\xi}{\sqrt{1 + K_R K_{ob}}} \quad (3.23)$$

Dokonując analizy wyprowadzonych zależności można podać następujące cechy **stacynarnego** UAR oraz wnioski:

1. Rząd układu zamkniętego pozostaje taki sam jak rząd układu otwartego tzn. układ strukturalnie stabilny przed zamknięciem pozostanie takim po zamknięciu. W rozpatrywanym układzie (obiekcie 2-go rzędu i regulatorze zerowego rzędu) nie jest możliwa utrata stabilności po jego zamknięciu sztywnym ujemnym sprzężeniem zwrotnym - wynika to choćby z kryterium Nyquista.
2. Współczynnik wzmocnienia układu zamkniętego jest mało wrażliwy na zmiany współczynnika wzmocnienia układu otwartego - układ regulacji nie jest czuły na niestacjonarność obiektu. Forsując wzmocnienie regulatora P, poprawiamy dokładność układu w stanie ustalonym bowiem jeżeli  $K_R \rightarrow \infty$  to  $K_z \rightarrow 1$  i  $e_u \rightarrow 0$ .
3. W rozpatrywanym układzie (po jego zamknięciu) będą występowały przebiegi periodyczne sygnału wyjściowego o parametrach  $T_{oz}$  i  $\xi_z$  zależnych od  $K_0$  (dokładniej mówiąc od  $K_R$ ). W ogólnym przypadku aperiodycznego układu otwartego, zamknięcie ujemną pętlą sprzężenia zwrotnego, może spowodować zmianę charakteru przebiegów sygnałów w układzie na periodyczne. W dziedzinie częstotliwości oznacza to, że pasmo przenoszonych przez układ częstotliwości wraz ze wzrostem wzmocnienia statycznego układu rośnie. Układ szybciej reaguje na sygnał wymuszający, ale odtwarza go z większym uchybem dynamicznym i z drugiej strony w szerszym zakresie lepiej tłumi zakłócenia. Jest to znany konflikt pomiędzy warunkami stabilności (ze wzrostem  $K_0$  zmniejsza się zapas stabilności) i właściwościami dynamicznymi i właściwościami kompensacyjnymi zakłóceń.
4. Przedstawiony analityczny sposób określania wpływu struktury i parametrów układu na jakość UAR jest w przypadku złożonych układów wysokiego rzędu bardzo utrudniona. W takich przypadkach szybkie efekty dają metody modelowania analogowego lub cyfrowego np. za pomocą narzędzi komputerowej analizy i syntezy układów dynamicznych (w szczególności narzędzi CACSD takich jak np. środowisko oprogramowania Matlab - Simulink).

### 3.5 Synteza układów automatycznej regulacji z regulatorem PID

Zagadnienie syntezy regulacji obejmuje dobranie struktury układu regulacji oraz *typu i nastaw* (parametrów) regulatora. Dane wejściowe zagadnienia syntezy obejmują:

- model matematyczny obiektu regulacji (otrzymywany w wyniku *identyfikacji*),
- zadanie układu regulacji i wskaźniki jakości sterowania,
- charakter zakłóceń mogących działać na układ (mieralne, losowe),
- ograniczenia dotyczące sygnałów wymuszających (np. mocy wzmacniacza).

W praktyce przyjmuje się szereg uproszczeń dotyczących zarówno modeli matematycznych obiektów jak i sformułowania wskaźników jakości regulacji i struktur regulatorów.

Zadaniem syntezy jest wyznaczenie równania optymalnego regulatora czyli jak najlepiej spełniającego przyjęte kryteria jakości regulacji. Istotnym punktem syntezy jest więc przyjęcie kryterium jakości regulacji.

W zagadnieniach syntezy wykorzystywane są różnorodne kryteria jakości, które można podzielić na kilka grup:



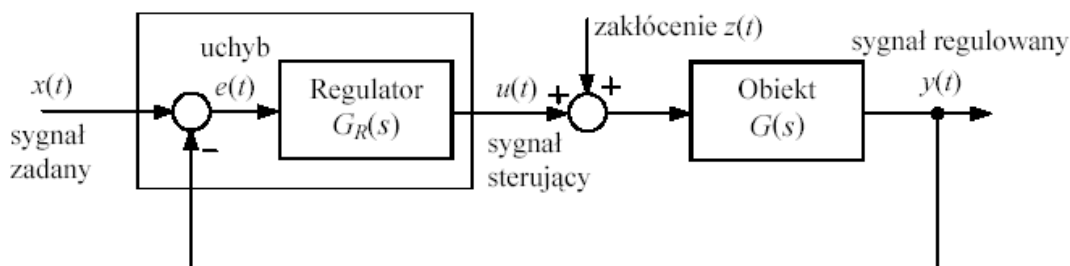
- kryteria związane z oceną parametrów charakterystyki skokowej,
- kryteria związane z oceną parametrów charakterystyk częstotliwościowych,
- kryteria dotyczące rozkładu zer i biegunów transmitancji układu zamkniętego,
- kryteria całkowe.

Wymienione grupy kryteriów są ze sobą ściśle powiązane (np. częstotliwościowa charakterystyka widmowa jest transformatą Fouriera czasowej charakterystyki impulsowej).

Wybór określonego kryterium wynika zazwyczaj z rodzaju zadania regulacji, pracochłonności obliczeń, możliwości pomiarowych itp. Jest on uwarunkowany rozpatrywanym problemem – duża liczba różnych kryteriów pozwala wybrać ocenę najodpowiedniejszą dla syntezy konkretnego układu regulacji. Należy pamiętać, że wymienione kryteria jakości dynamicznej (w stanach przejściowych) powinny też zapewniać żadaną dokładności statyczną.

Jak było wspomniane wcześniej regulacja PID jest najczęściej wykorzystywaną w praktyce strategią sterowania.

Schemat typowego układu regulacji został przedstawiony na rys. 3.5. Rolą regulatora jest zapewnienie pożądanego zachowania określonego sygnału wyjściowego z obiektu poprzez przetwarzanie (według zadanego algorytmu) sygnału sprzężenia zwrotnego i sygnału zadanego (najczęściej ich różnicy, czyli uchybu regulacji) i wytwarzanie sygnału sterującego obiektem. Z punktu widzenia opisu dynamiki regulator można traktować jako element opisany transmitancją  $G_R$  i kształtujący właściwości dynamiczne układu zamkniętego.



Rys. 3.5. Schemat blokowy układu regulacji

Dla potrzeb zastosowań przemysłowych używa się regulatory komercyjne, które są regulatorami typu PID, tzn. realizują kombinację działania proporcjonalnego P, całkującego I i różniczkującego D.

Zależność sygnału wyjściowego  $u(t)$  analogowego regulatora PID od uchybu regulacji  $e(t)$  przedstawia się ogólną zależnością:

$$u(t) = K_p \left[ e(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(t) dt + T_d \frac{de(t)}{dt} \right] + U_0, \quad (3.24)$$

gdzie:  $K_p$  - współczynnik proporcjonalności (wzmocnienie),

$T_i$  - czas zdwojenia (stała całkowania),

$T_d$  - czas wyprzedzania (stała różniczkowania)

$e(t)$  - uchyb regulacji (różnica między wartością zadana a wartością mierzoną)

$u(t)$  - wielkość wyjściowa regulatora,

$U_0$  - początkowa wartość całki (dla PI, PID).

Obecnie w regulatory analogowe praktycznie nie są używane. Regulację zapewniają specjalizowane lub uniwersalne regulatory mikroprocesorowe, realizujące cyfrowe wersje algorytmu PID.

W regulatorze cyfrowym informacja o aktualnej wartości uchybu regulacji jest pobierana co okres próbkowania  $T_p$  i co ten sam okres aktualizowana jest wartość sygnału wyjściowego regulatora. Zależność (3.25) należy więc zastąpić odpowiednim równaniem różnicowym zawierającym dyskretną aproksymację składowych działań P, I, D.

Dla składowej proporcjonalnej wartość sygnału wyjściowego w  $n$ -tym okresie próbkowania wynosi:

$$u_p(n) = K_p \cdot e(n) \quad (3.25)$$

Dla części całkującej obliczanie pola powierzchni pod przebiegiem uchybu regulacji można w najprostszym przypadku zastąpić sumowaniem pól prostokątów:

$$u_I(n) = K_p \frac{T_p}{T_i} \sum_{i=0}^{n-1} e(i) + U_0, \quad (3.26)$$

Część różniczkująca regulatora może być w najprostszym przypadku zrealizowana według następującej zależności:

$$u_D(n) = K_p \frac{T_d}{T_p} [e(n) - e(n-1)] \quad (3.27)$$

W celu ograniczenia wpływu szumów o dużych częstotliwościach, które po przejściu przez element różniczkujący mogłyby poważnie zakłócać układ regulacji, cyfrowy element różniczkujący realizuje się jako aproksymację cyfrową analogowego odpowiednika rzeczywistego (z inercją) co daje zmodyfikowane równanie rekurencyjne do obliczeń postaci:

$$u_D(n) = \left(1 - \frac{dT_p}{T_d}\right) \cdot u_D(n-1) + K_p d [e(n) - e(n-1)], \quad (3.28)$$

gdzie:

$T_d$  – stała różniczkowania,

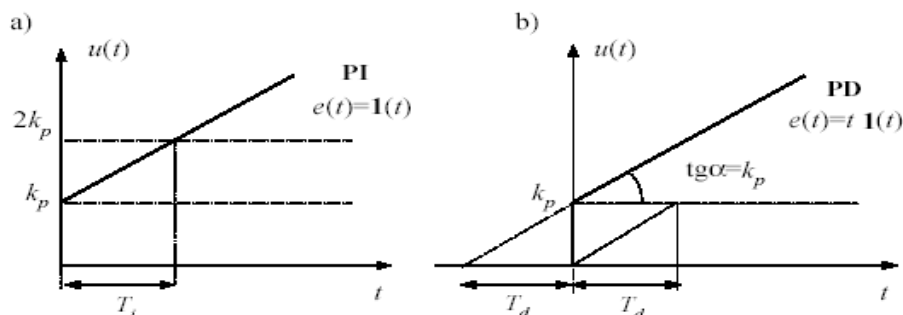
$T_d/d$  – stała inercji (d- współczynnik podziału)

Parametrami (nastawami) regulatora są:

#### Współczynnik wzmocnienia $K_p$

**Czas zdwojenia  $p_i$**  - jest to czas potrzebny na to, aby przy wymuszeniu skokowym podanym na wejście regulatora PI sygnał wyjściowy regulatora podwoił swą wartość w stosunku do skoku początkowego spowodowanego działaniem proporcjonalnym (rys.3.6a). Liniowe narastanie sygnału wyjściowego jest efektem działania całkującego.

**Czas wyprzedzenia  $T_d$**  - jest to czas po upływie którego, w przypadku podania na wejście regulatora PD sygnału narastającego liniowo, sygnał związany z działaniem proporcjonalnym zrówna się z sygnałem pochodzącym od działania różniczkującego (Rys 3.6b).



Rys. 3.6. Graficzna interpretacja: a) czasu zdwojenia  $T_i$ , b) czasu wyprzedzenia  $T_d$

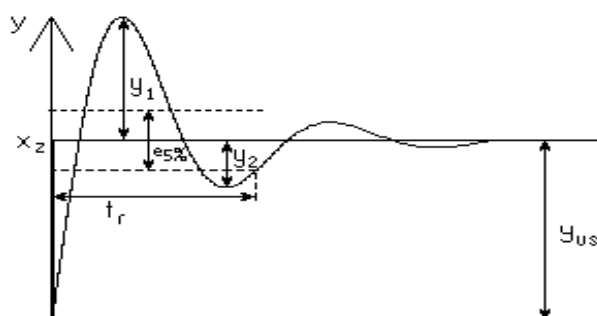
Zadanie projektowe polega w ogólności na doborze struktury regulatora (P, PI, PD, PID) i takich wartości nastaw, które spełnią oczekiwania jakościowe układu regulacji (UAR). Omówione regulatory nie wyczerpują oczywiście wszystkich możliwych strategii regulacji. Do realizowania bardziej złożonych zadań regulacji stosuje się np. regulatory PID wyższych rzędów, które mają więcej parametrów nastawianych oraz regulatory niekonwencjonalne, specjalne, nieliniowe, adaptacyjne itd.

Istnieje wiele metod strojenia regulatorów, lecz ich dobór zależy często od możliwości jakie udostępnia obiekt regulacji. W dalszej części przedstawiono metody doboru nastaw regulatorów PID oparte o badanie drgań krytycznych w zamkniętym układzie regulacji oraz w oparciu o odpowiedź skokową obiektu w układzie otwartym.

### 3.6 Dobór nastaw regulatorów PID

Przez „dobór nastaw” rozumie się takie dopasowanie („strojenie”) parametrów  $K_p$ ,  $T_i$ ,  $T_d$ , aby układ posiadał zadane właściwości. Zadanie to jest stosunkowo proste, pod warunkiem znajomości matematycznego modelu obiektu regulacji. Można wtedy zastosować cały dostępny aparat matematyczny i wyznaczyć parametry regulatora na drodze analitycznej.

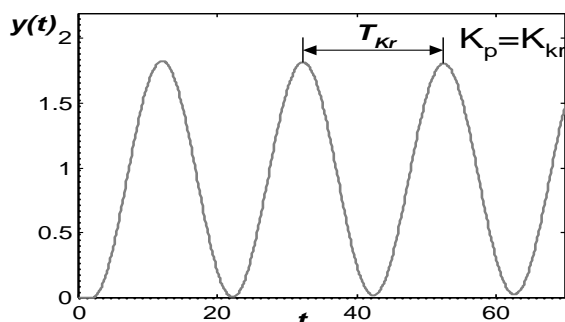
Istnieje bardzo wiele metod strojenia regulatorów PID. Najstarszą i najbardziej rozpowszechnioną jest metoda Zieglera-Nicholsa (1942). Uzyskane tą metodą nastawy powinny zapewnić tzw. tłumienie połówkowe, jak na rys 3.7, czyli  $\frac{y_2}{y_1} = \frac{y_3}{y_2} = \frac{y_4}{y_3} = \dots = \frac{1}{2}$



Rys. 3.7. Graficzna ilustracja zapewnienia tłumienia połówkowego

### Metoda drgań krytycznych (według testu drgań)

Wartości parametrów regulatora można uzyskać na podstawie badań eksperymentalnych realnego układu zamkniętego, przy skonfigurowaniu regulatora PID jako P, tzn. czas całkowania ( $T_i$ ) nastawiany jest na wartość maksymalną, a czas różniczkowania ( $T_d$ ) na wartość zero lub na wartość najmniejszą z możliwych. Następnie zwiększa się stopniowo wzmacnienie  $K_p$  regulatora doprowadzając układ regulacji do granicy stabilności tzn. gdy pojawią się w nim drgania niegasnące. Wartość wzmacnienia, przy której utrzymują się ciągle drgania o stałej amplitudzie nosi nazwę **wzmocnienia krytycznego**  $K_{kr}$ . Okres drgań przy wzmacnieniu krytycznym nazywa się **okresem krytycznym**  $T_{kr}$  (patrz rys. 3.8).



Rys. 3.8. Przebieg wyjściowy układu znajdującego się na granicy stabilności

Nastawy regulatora według testu Zieglera –Nicholsa dobierane są wg tablicy (patrz tablica 3.1). Dla większości typowych procesów przemysłowych nastawy te (choć nieoptymalne) dają zadawalające rezultaty, zapewniają stosunek zanikania drgań około 0.25, okres drgań zbliżony do okresu krytycznego i odpowiednio małe przeregulowanie. Przy regulacji proporcjonalno-całkującej (PI) zalecane wzmacnienie jest o 10% mniejsze od wzmacnienia jak przy regulacji tylko proporcjonalnej. Działanie całkujące (ze względu na opóźnienie fazowe części całkującej) pogarsza przebieg przejściowy i dlatego wzmacnienie powinno być ograniczone. Wartość wzmacnienia stanowi w rzeczywistości 50 do 70% wzmacnienia, przy którym dla danej wartości czasu całkowania wystąpi zjawisko niestabilności. Wartość  $K_{kr}$  występująca w tabeli nastaw jest wyznaczana na podstawie tylko proporcjonalnej akcji regulatora i nie jest rzeczywistym wzmacnieniem maksymalnym regulatora dla układu o innych działaniach regulacyjnych. Gdy uwzględni się działanie różniczkujące, to wyprzedzenie fazowe regulatora pomaga w stabilizacji układu. Zalecane jest wówczas stosowanie większego wzmacnienia i krótszych czasów całkowania.

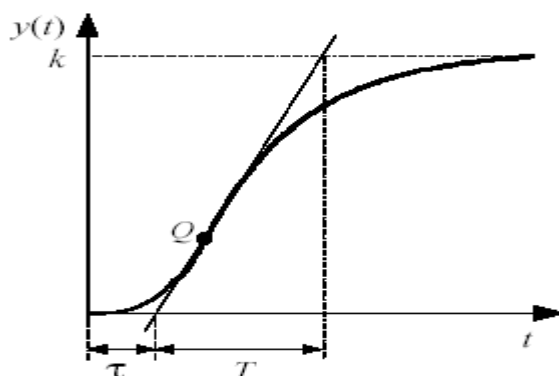
W wielu procesach niedopuszczalne jest wywoływanie drgań ustalonych dla strojenia regulatora. W takich przypadkach wykorzystuje się inne sposoby.

Tablica 3.1. Nastawy regulatorów wg. Zieglera-Nicholsa wg testu drgań

Typ regulatora	$K_p$	$T_i$	$T_d$
P	$0.50 \circ K_{kr}$	-	-
PI	$0.45 \circ K_{kr}$	$0.85 \circ T_{kr}$	-
PID	$0.65 \circ K_{kr}$	$0.50 \circ T_{kr}$	$0.12 \circ T_{kr}$

### Metoda odpowiedzi skokowej

Kolejna z metod doboru nastaw regulatorów oparta jest na odpowiedzi otwartego układu regulacji na skokową zmianę sygnału wejściowego. Obwód regulacji można przerwać w dowolnym miejscu, ale zwykle czyni się to ustawiając regulator w tryb pracy ręcznej. Należy rejestrować przebieg czasowy odpowiedzi układu na skokową zmianę wielkości sterującej. Odpowiedź obiektu ma zazwyczaj kształt krzywej z przegięciem, jak to przedstawiono na rysunku 4.8.



Rys. 3.9. Aproksymacja parametrów odpowiedzi skokowej obiektu wieloinercyjnego

Metoda polega na identyfikacji obiektu jako inercyjnego z opóźnieniem ( tzw. model Kűpfműllera)

$$G(s) = \frac{k}{Ts + 1} e^{-\tau s}, \quad (3.29)$$

gdzie:

- $k$  - wzmacnienie obiektu,
- $T$  - stała czasowa obiektu,
- $\tau$  - czas opóźnienia.

Na podstawie przebiegu odpowiedzi skokowej rzeczywistego obiektu należy wyznaczyć graficznie stałą czasową  $T$  i opóźnienie  $\tau$  transmitancji zastępczej. Pociąga to za sobą konieczność przybliżenia (uproszczenia) dynamiki obiektu o wyższym rzędzie (potędze mianownika), obiektem rzędu pierwszego. Nastawy regulatora odczytuje się z tablic (patrz tablica 3.2.)..

Tablica 4.2 Nastawy regulatorów wg. Zieglera-Nicholsa wg testu skoku jednostkowego.

Typ regulatora	$K_p$	$T_i$	$T_d$
P	$T/k\tau$	-	-
PI	$0.9 T/k\tau$	$\tau/0.3$	-
PID	$1.2T/k\tau$	$2\tau$	$0.5\tau$

### Nastawy optymalne PID

Optymalne nastawy regulatora spełniające określone kryterium oblicza się w sposób teoretyczny dla układu regulacji z obiektem zastępczym. Niezbędne do ich wyznaczenia dane zebrano w tablicy 4.3.

Tabela 4.3.a. Nastawy optymalne dla regulatora PID przy skokowej zmianie zakłócenia

Wsk. całkowity	Regulator	Część	A	B
IAE	P	P	0,902	-0,985
ISE	P	P	1,411	-0,917
ITAE	P	P	0,490	-1,084

IAE	PI	P	0,984	-0,986
IAE		I	0,608	-0,707
ISE	PI	P	1,305	-0,959
ISE		I	0,492	-0,739
ITAE	PI	P	0,859	-0,977
ITAE		I	0,674	-0,680
IAE	PID	P	1,435	-0,921
IAE		I	0,878	-0,749
IAE		D	0,482	1,137
ISE	PID	P	1,495	-0,945
ISE		I	1,101	-0,771
ISE		D	0,560	1,006
ITAE	PID	P	1,357	-0,947
ITAE		I	0,842	-0,738
ITAE		D	0,381	0,995

Nastawy regulatora wyznacza się z relacji:

$$Y = A \left( \frac{T}{\tau} \right)^B, \text{ której: } Y = \begin{cases} kk_r & \text{dla cz. P} \\ \tau/T_z & \text{dla cz. I} \\ T_w/\tau & \text{dla cz. D} \end{cases} \quad (3.30)$$

Tabela 4.3.b. Nastawy optymalne dla regulatora PID przy skokowej zmianie wartości zadanej

Wsk. całkow. y	Regulator	Część	A	B
IAE	PI	P	0,758	-0,861
		I	1,020	-0,323
ITAE	PI	P	0,586	-0,916
		I	1,030	-0,165
IAE	PID	P	1,086	-0,869
		I	0,740	-0,130
		D	0,348	0,914
ITAE	PID	P	0,965	-0,855
		I	0,796	-0,147
		D	0,308	0,929

Nastawy regulatora wyznacza się z relacji:

$$Y = A \left( \frac{T}{\tau} \right)^B, \text{ której: } Y = \begin{cases} kk_r & \text{dla cz. P} \\ T_w/\tau & \text{dla cz. D} \end{cases} \text{ oraz z relacji } \tau/T_z = A + B \left( \frac{T}{\tau} \right) \quad (3.31)$$

### 3.7 Instrukcja wykonanie ćwiczenia nr 3

Ćwiczenie wykonywane jest metodą symulacyjną w środowisku MATLAB-SIMULINK. Student po podaniu hasła powinien odnaleźć i uruchomić odpowiednią aplikację.

Ćwiczenie obejmuje następujące etapy działań:

A – Badanie w dziedzinie czasu ciągłego UAR dla wybranego przez prowadzącego obiektu regulacji i poszczególnych jego elementów w kontekście właściwości nadążnych i (lub) kompensacyjnych.

B – Strojenie regulatora PID.

C – Opracowanie sprawozdania.

#### A. Analiza UAR

##### Badanie (identyfikacja) obiektu regulacji

Dokonać identyfikacji właściwości statycznych i dynamicznych obiektu regulacji zadane go przez prowadzącego ćwiczenie. Określić charakter oraz parametry transmitancji obiektu na podstawie odpowiedzi

na skok jednostkowy przy otwartej pętli sprzężenia zwrotnego i nastawach regulatora niewprowadzających zmian w układzie (regulator ma być „przeźroczysty”).

### Badanie regulatora PID

Zaobserwować i przerysować charakterystyki skokowe regulatorów P, I, PD, PI, PID. Określić czy są to regulatory idealne czy rzeczywiste.

### Badanie układu zamkniętego

Zaobserwować i naszkicować przebiegi regulacji układu zamkniętego dla różnych wariantów struktur i nastaw regulatora, zwracając przede wszystkim uwagę na:

- rolę sprzężenia zwrotnego,
- wpływ zmian nastaw regulatora PID ( $K_p$ ,  $T_i$ ,  $T_d$ ) na przebiegi przejściowe w układzie oraz na jakość regulacji ocenianą wybranymi wskaźnikami jakości regulacji. Zaplanować i wykonać serię pomiarów dla układu regulacji nadążnej i układu stabilizacji zakłóceń.

Wypełnić następujące tabele i na ich podstawie ocenić wpływ zmian nastaw regulatora na poszczególne parametry odpowiedzi (UWAGA! tabele mogą wymagać rozszerzenia):

*Badanie właściwości nadążnych UAR [  $y_0(t)=1(t)$  ;  $z(t)=0$  ]*

	Kp	Ti	Td	Uchyb ustalony	Czas regulacji	Przeregulowanie	Czas narastania sygnału	ISE	IAE
K <sub>p</sub> = var T <sub>i</sub> = const T <sub>d</sub> = const									
K <sub>p</sub> = const T <sub>i</sub> = var T <sub>d</sub> = const									
K <sub>p</sub> = const T <sub>i</sub> = const T <sub>d</sub> = var									

*Badanie właściwości kompensacyjnych zakłócenia UAR [  $z(t)=1(t)$  ;  $y_0(t)=const$  ]*

	Kp	Ti	Td	Uchyb ustalony	Czas regulacji	Przeregulowanie	Czas narastania sygnału	ISE	IAE
K <sub>p</sub> = var T <sub>i</sub> = const T <sub>d</sub> = const									
K <sub>p</sub> = const T <sub>i</sub> = var T <sub>d</sub> = const									
K <sub>p</sub> = const T <sub>i</sub> = const T <sub>d</sub> = var									

## UWAGA!

1. Dokonując analizy zmieniać tylko jedną cechę lub parametr, najlepiej przyjmując wartość dwukrotnie większą lub mniejszą.
2. Jako początkowe do analizy wartości nastaw przyjąć:  $K_p$  – takie, aby współczynnik wzmocnienia układu otwartego był równy 1,  $T_i$  – rzędu stałej czasowej obiektu,  $T_d$  – o rząd mniejsze od  $T_i$ .

## B. Synteza UAR z regulatorem PID

Dobrać nastawy do przebadanego wcześniej obiektu lub wybranego przez prowadzącego metodą wybraną przez prowadzącego dla różnych struktur ciągłego algorytmu PID (P, I, PI, PD, PID).

Dokonać analizy jakościowej otrzymanych przebiegów regulacji za pomocą różnych typów regulatorów. Ocenić wpływ zakłócenia losowego na efektywność strojenia regulatorów.

## C. Opracowanie sprawozdania

Sprawozdanie z ćwiczenia oprócz strony tytułowej z danymi identyfikacyjnymi powinno zawierać opis stanowiska badawczego, opracowane wyniki analiz i syntezy, uwagi i wnioski końcowe.

## LITERATURA

1. Notatki z wykładu
2. Poradnik inżyniera automatyka. Praca zbiorowa pod red. W. Findeisena. WNT, W-wa 1973
3. M. Ferenc: Podstawy automatyki. Skrypt Pol. Śląskiej, Gliwice 1981
4. T. Kaczorek: Teoria sterowania, tom 1 - Układy liniowe ciągłe i dyskretne. PWN, W-wa 1977
5. R. Gessing: Teoria sterowania, tom 1 - Układy liniowe. Skrypt Pol. Śląskiej, Gliwice 1987
6. W. Pełczewski: Teoria sterowania, tom 1 - Ciągłe stacjonarne układy liniowe. WNT, W-wa 1980
7. Laboratorium teorii sterowania o podstaw automatyki. Praca zbiorowa pod red. M. Błachuty. Skrypt Pol. Śląskiej, Gliwice 1994
8. Podstawy automatyki. Ćwiczenia laboratoryjne. Praca zbiorowa po red. A. Wiszniewskiego. Skrypt Pol. Wrocławskiej, Wrocław 1978
9. K. Amborski, I. Jaworska, Z. Kietliński, M. Kocięcki, W. Żydanowicz: Laboratorium teorii sterowania. Skrypt Pol. Warszawskiej, W- wa 1990
10. J. Pułaczewski: Dobór nastaw regulatorów przemysłowych. WNT, W-wa 1966
11. J. Płaskowski: Eksperymentalne wyznaczenie właściwości dynamicznych obiektów regulacji. WNT W-wa 1965

**Wzór protokołu** (lekkio zaciemnione pola wypełnia prowadzący)

<b>Laboratorium Podstaw Automatyki</b>						
<b>Temat: Analiza i synteza ciągłego układu automatycznej regulacji metodą symulacji komputerowej</b>					Nr: 3	
Grupa:	Imiona i nazwiska osób: <b>1.</b>	Podpisy:	Data wykonania:	Termin: [ ] - planowy [ ] - odróbkowy	Ocena:	
Zespół:			<b>2.</b>	<b>3.</b>		<b>4.</b>

**Podsumowanie części A:**

L.p.	Etap	Wykonanie		
		Poprawne	Poprawne, ale z małymi błędami	Z rażącymi błędami lub niewykonane
1.	Identyfikacja obiektu sterowania nr [ ]: a) Określenie postaci transmitancji b) Określenie parametrów transmitancji			
2.	Obserwacja i zapisanie ch-k skokowych regulatorów			
3.	Uzupełnienie tabel			
4.	Ocena roli sprzężenia zwrotnego			
5.	Ocena wpływu zmian parametrów regulatorów na przebiegi przejściowe odpowiedzi.			
<b>Uwagi:</b>				

**Podsumowanie części B:**

L.p.	Etap	Wykonanie		
		Poprawne	Poprawne, ale z małymi błędami	Z rażącymi błędami lub niewykonane
1.	Dobór nastaw metodą drgań krytycznych dla obiektu nr [ ]			
2.	Dobór nastaw metodą odpowiedzi skokowej dla obiektu nr [ ]			
3.	Dobór nastaw optymalnych ze względu na wskaźnik IAE / ISE / ITAE* i wymuszenie / zakłócenie* dla obiektu nr [ ]			
4.	Analiza jakościowa różnych otrzymanych przebiegów regulacji dla różnych wariantów regulatora.			
5.	Ocena wpływu zakłócenia losowego na efektywność strojenia regulatorów.			
<b>Uwagi:</b>				

\* - niepotrzebne skreślić

**Realizacja ćwiczenia przez studentów:**