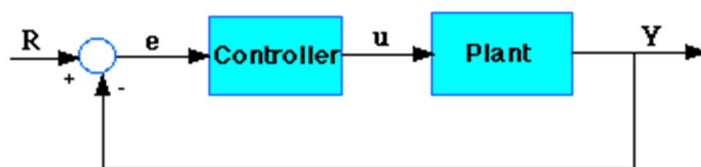


Laboratorium Teorii i Techniki Sterowania

TTS06: Jakość regulacji, korekta wskaźników jakości

Temat ten omawia zagadnienia syntezy układów regulacji z regulatorem PID, oceny jakości regulacji oraz korekty wskaźników jakości.

Rozważmy następujący układ automatycznej regulacji:



Rys. 1. Układ automatycznej regulacji

Plant: Obiekt/proces sterowania

Controller: Regulator

Transmitancja i schemat połączeń idealnego regulatora PID są następujące:

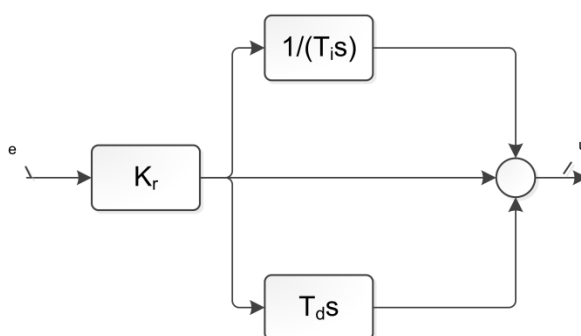
Model akademicki (szeregowo-równoległy):

$$G_{PID}(s) = K_r \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right)$$

K_r – współczynnik proporcjonalności, wzmacnienie regulatora

T_i – stała całkowania

T_d – stała różniczkowania



Rys. 2. Schemat regulatora PID, model akademicki (szeregowo-równoległy)

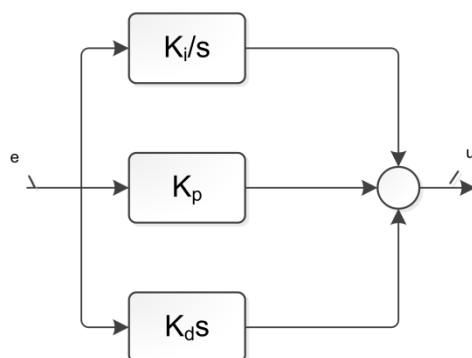
Model równoległy:

$$G_{PID}(s) = K_p + \frac{K_i}{s} + K_d s = \frac{K_d s^2 + K_p s + K_i}{s}$$

K_p – wzmacnienie członu proporcjonalnego,

K_i – wzmacnienie członu całkującego,

K_d – wzmacnienie członu różniczkującego.

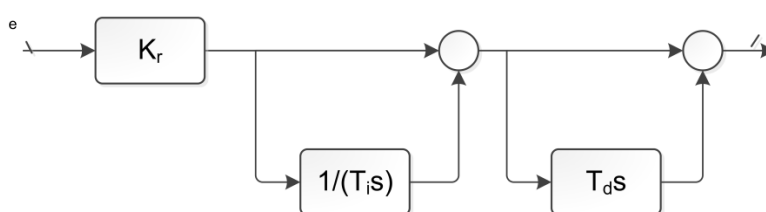


Rys. 3. Schemat regulatora PID, model równoległy

Model szeregowy:

$$G_{PID}(s) = K_r \left(1 + \frac{1}{T_i s}\right) (1 + T_d s)$$

Oznaczenia jak powyżej.



Rys. 4. Schemat regulatora PID, model szeregowy

Najpopularniejsze są modele szeregowo-równoległy i równoległy, jednak w praktyce częściej używa się modelu równoległego ze względu na mniejszą złożoność obliczeniową (brak dzielenia $1/T_i$), która ma znaczenie przy szeroko wykorzystywanych regulatorach cyfrowych. Dalsze rozważania dotyczyć będą wyłącznie **postaci równoległej regulatora**.

Spójrzmy w jaki sposób regulator PID pracuje w układzie zamkniętej pętli sprzężenia zwrotnego wg schematu przedstawionego powyżej. Zmienna (e) przedstawia uchyb (ang. error) tj. różnicę między wartością zadaną (R), a sygnałem wyjściowym (Y). Sygnał błędu (e) podawany jest do regulatora PID, po czym oblicza on zarówno pochodną jak i całkę sygnału błędu. Sygnału sterujący (u) jest równy sumie działań poszczególnych członów zgodnie z:

$$u = K_p e(t) + K_i \int_0^t e(t) dt + K_d \frac{de(t)}{dt}$$

Wartość sygnału sterującego (u) zostanie przekazana na wejście obiektu, po czym nowa wartość sygnału wyjściowego (Y) zostanie osiągnięta. Ta nowa wartość (Y) zostanie przesłana do czujnika ponownie, aby znaleźć nowy sygnał błędu (e). Regulator uzyskuje nowy sygnał błędu i oblicza jego pochodną i całkę ponownie. W ten sposób proces regulacji się zamyka.

Regulator (człon) proporcjonalny (K_p) będzie miał wpływ na zmniejszenie czasu narastania i zmniejszy, ale nigdy nie wyeliminuje błędu w stanie ustalonym. Regulator (człon) całkujący (K_i), będzie mieć wpływ na wyeliminowanie błędu w stanie ustalonym, ale może sprawić, że pogorszy reakcję układu. Regulator (człon) różniczkujący (K_d) będzie miał wpływ na zwiększenie stabilności układu, zmniejszenie przeregulowania i poprawę przebiegów przejściowych. Działanie każdego z regulatorów (członów regulatora) K_p , K_d i K_i w układzie zamkniętej pętli są zestawione w poniższej tabeli.

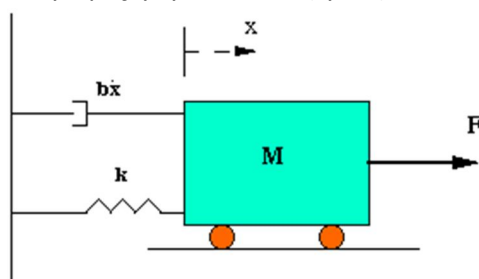
Tabela 1. Efekty działania członów PID w zamkniętej pętli.

Wzmocnienie członu regulatora	Czas narastania	Przeregulowanie	Czas regulacji	Uchyb ustalony
$K_p \uparrow$	Maleje	Wzrasta	Prawie niezmienny	Maleje
$K_i \uparrow$	Maleje	Wzrasta	Wzrasta	Wyliminowany
$K_d \uparrow$	Prawie niezmienny	Maleje	Maleje	Prawie niezmienny

UWAGA: wspomniane zależności nie zawsze są poprawne, ponieważ reakcje na zmiany K_p , K_i i K_d są zależne od siebie. W rzeczywistości zmiana jednej z tych zmiennych może zmienić reakcję układu na zmianę pozostałych dwóch. Z tego powodu, dane w tabeli powinny być traktowane jedynie **orientacyjnie** podczas określania wartości K_p , K_i i K_d .

Przykład:

Załóżmy, że mamy układ masy, sprężyny, i tłumika (rys. 5).



Rys. 5. Układ masy, sprężyny i tłumika.

Równanie opisujące taki układ ma postać:

$$M\ddot{x} + b\dot{x} + kx = F$$

Poddając powyższe równanie transformacie Laplace'a otrzymujemy:

$$Ms^2X(s) + bsX(s) + kX(s) = F(s)$$

Transmitancja pomiędzy przemieszczeniem $X(s)$, a siłą $F(s)$ równa jest:

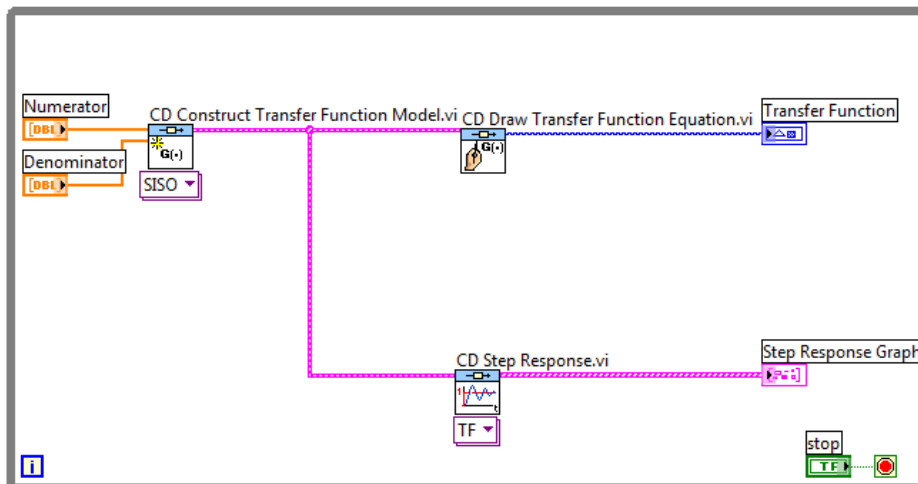
$$\frac{X(s)}{F(s)} = \frac{1}{Ms^2 + bs + k}$$

Przyjmijmy wartości: $M = 1\text{kg}$; $b=10\text{Ns/m}$; $k=20\text{N/m}$; wówczas postać transmitancji przyjmie następującą postać

$$\frac{X(s)}{F(s)} = \frac{1}{s^2 + 10s + 20}$$

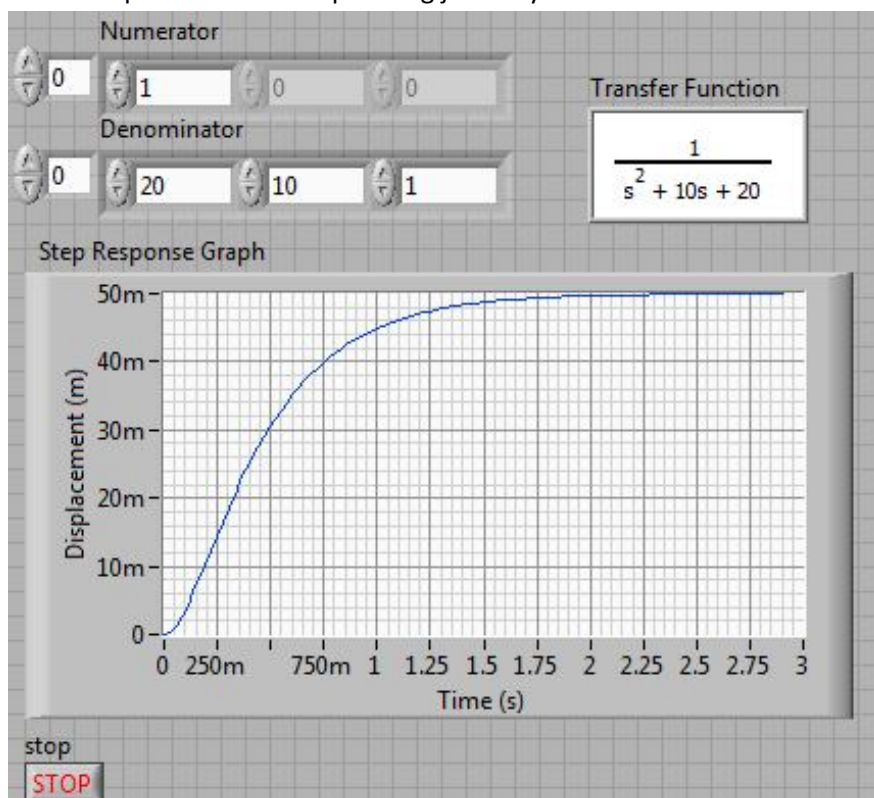
W dalszej części zostanie zaprezentowany wpływ poszczególnych członów na **czas narastania**, minimalizację **przeregulowania** oraz eliminację **uchybu ustalonego**.

Po pierwsze, należy sprawdzić jak wygląda odpowiedź układu otwartego na skok jednostkowy. W tym celu należy utworzyć VI jak na rys. 6.



Rys. 6. Schemat blokowy dla odpowiedzi skokowej w otwartej pętli.

Uruchomienie VI powinno zwrócić przebieg jak na rys. 7.



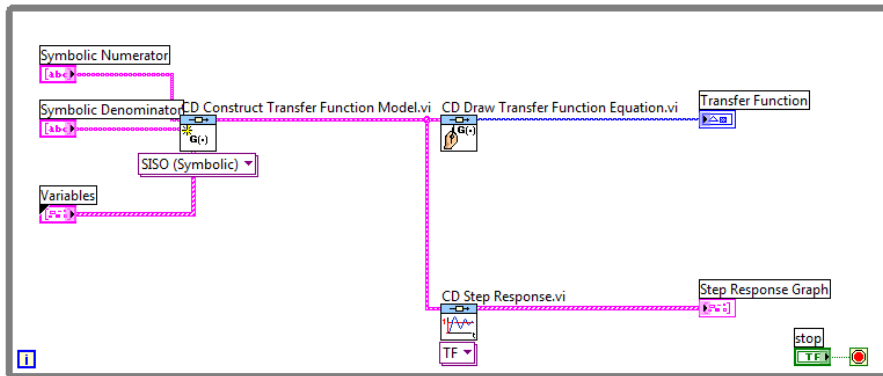
Rys. 7. Odpowiedź skokowa układu.

Wzmocnienie obiektu wynosi $1/20$, dlatego 0.05 jest wartością ustaloną wyjścia układu po pobudzeniu skokiem jednostkowym. To powoduje, że uchyb ustalony wynosi 0.95 – dużo. Co więcej, czas narastania wynosi ok. 1 s, czas regulacji ok. 1.5 s. Zaprojektujemy regulator, który zredukuje czas narastania i regulacji oraz wyeliminuje uchyb ustalony.

Z tabeli 1. wynika, że regulator proporcjonalny (P) redukuje czas narastania, podnosi przeregulowanie i redukuje uchyb ustalony. Transmitancja zastępcza układu zamkniętego powyższego systemu z regulatorem proporcjonalnym wynosi:

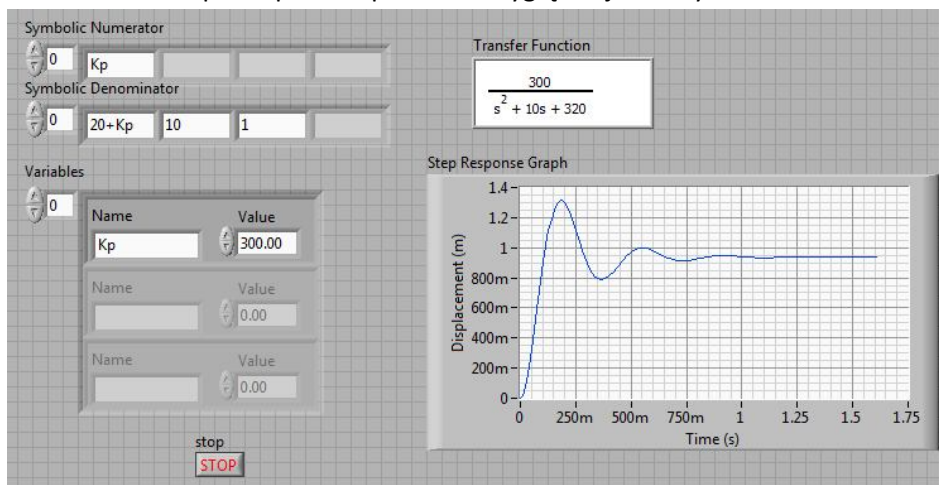
$$\frac{X(s)}{F(s)} = \frac{K_p}{s^2 + 10s + (20 + K_p)}$$

Należy zmienić CD Construct Transfer Function Model na "SISO (symbolic)", aby umożliwić korzystanie ze zmiennych do tworzenia modelu. Schemat blokowy powinien wyglądać jak na rys. 8.



Rys. 8. Schemat do analizy układu zamkniętego.

Następnie należy wprowadzić licznik i mianownik transmitancji ze zmienną K_p . Niech $K_p = 300$. W wyniku uruchomienia VI panel przedni powinien wyglądać jak na rys. 9.



Rys. 9. Odpowiedź układu przy zamkniętej pętli.

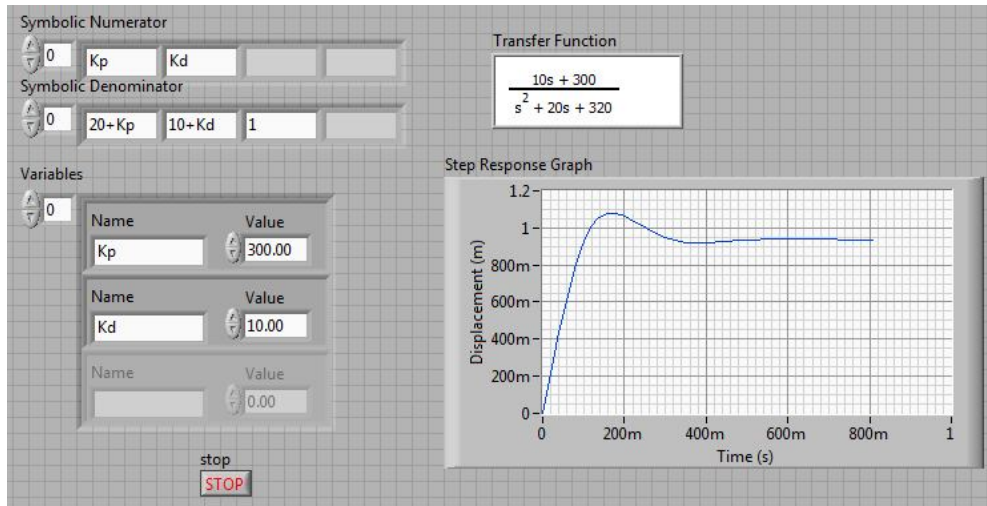
Na wykresie widać działanie regulatora proporcjonalnego – zredukował czas narastania i błąd ustalony, zwiększył przeregulowanie i nieznacznie zmniejszył czas regulacji.

Następnie przyjrzymy się regulatorowi proporcjonalno-różniczkującemu (PD). Z tabeli 1 wynika, że działanie różniczkujące regulatora redukuje przeregulowanie oraz czas regulacji. Transmitancja zastępcza zamkniętego układu z regulatorem PD wynosi:

$$\frac{X(s)}{F(s)} = \frac{K_d s + K_p}{s^2 + (10 + K_d)s + (20 + K_p)}$$

Niech $K_p = 300$ jak poprzednio, a $K_d = 10$.

Używając VI z rys. 8. należy na panelu przednim zmodyfikować dane wejściowe dodając człon różniczkujący do układu. Wynik analizy powinien być zgodny z przedstawionym na rys. 10.



Rys. 10. Wyniki regulacji z regulatorem PD.

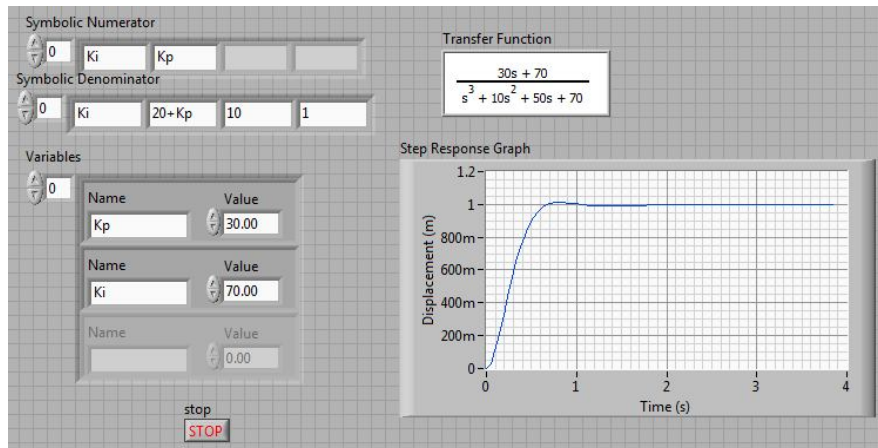
Porównując przebiegi z rys. 9 i 10 można zobaczyć, że człon różniczkujący redukuje przeregulowanie i czas regulacji, ale ma znikomy wpływ na czas narastania i uchyb ustalony.

Następnie rozważmy regulator proporcjonalno całkujący (PI). Z tabeli 1 wynika, że człon całkujący (K_i) zmniejsza czas narastania, zwiększa przeregulowanie, czas regulacji oraz eliminuje uchyb w stanie ustalonym. Dla zamkniętego układu z regulatorem PI transmitancja zastępcza wynosi:

$$\frac{X(s)}{F(s)} = \frac{K_p s + K_i}{s^3 + 10s^2 + (20 + K_p)s + K_i}$$

Niech $K_p = 30$, a $K_i = 70$;

Należy zmodyfikować w poprzednim VI dane wejściowe tak, aby uzyskać transmitancję zastępczą układu z regulatorem PI. W wyniku działania VI rezultat powinien być zgodny z rys. 11.



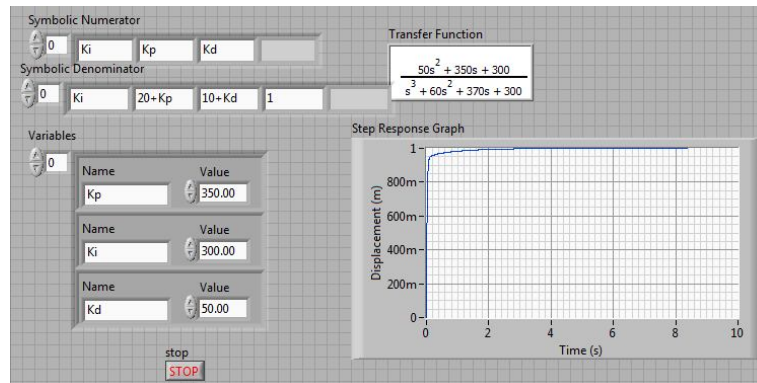
Rys. 11. Wyniki regulacji z regulatorem PI.

Wzmocnienie członu proporcjonalnego K_p zostało zmniejszone, ponieważ człon całkujący także zmniejsza czas narastania i zwiększa przeregulowanie. Powyższa odpowiedź z rys. 11 pokazuje, że człon całkujący eliminuje uchyb w stanie ustalonym.

Następnie przeanalizujemy zamknięty układ z regulatorem PID. Transmitancja analizowanego układu zamkniętego z regulatorem PID wynosi:

$$\frac{X(s)}{F(s)} = \frac{K_D s^2 + K_p s + K_i}{s^3 + (10 + K_D)s^2 + (20 + K_p)s + K_i}$$

Dla powyższej konfiguracji metodą prób i błędów można dobrać poszczególne wzmocnienia np. $K_p = 350$, $K_i = 300$, $K_d = 50$ zapewniające korzystny, tj. kształtem zbliżony do kształtu wymuszenia przebieg sygnału wyjściowego (rys. 12.)



Rys. 12. Odpowiedź układu z regulatorem PID.

Ostatecznie uzyskany został układ charakteryzujący się brakiem przeregulowania, krótkim czasem narastania i zerowym uchybem ustalonym.

Ogólne wskazówki dotyczące syntezy układów z regulatorem PID:

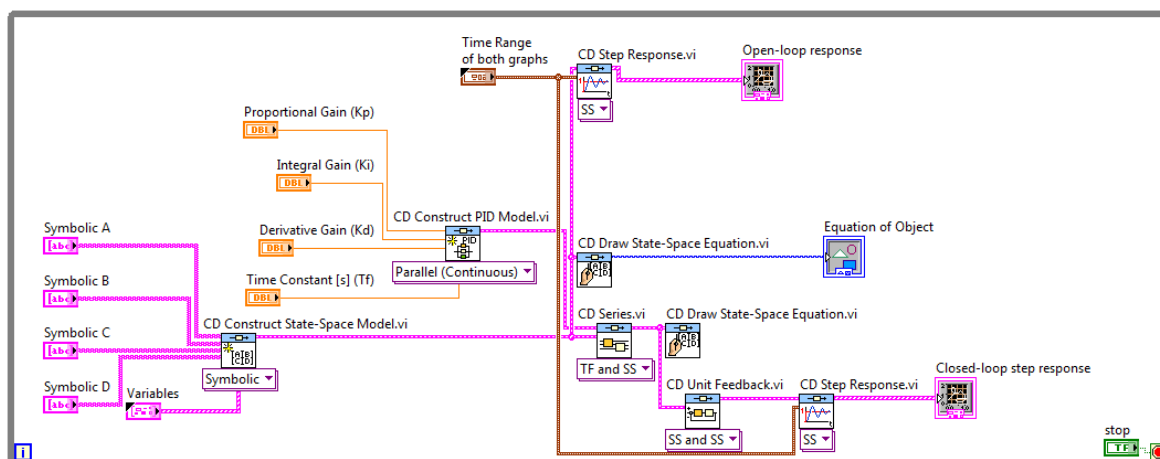
Podczas projektowania regulatora PID dla danego obiektu/procesu należy postępować zgodnie z poniższymi wskazówkami, aby uzyskać żadaną odpowiedź obiektu.

1. Zarejestruj odpowiedź układu otwartego (z otwartą pętlą sprzężenia zwrotnego) i zdecyduj jakie parametry należy poprawić.
2. Dodaj regulator (człon) proporcjonalny, aby poprawić (zmniejszyć) czas narastania.
3. Dodaj regulator (człon) różniczkujący, aby poprawić (zmniejszyć) przeregulowanie.
4. Dodaj regulator (człon) całkujący, aby wyeliminować uchyb ustalony, UWAGA: wzmocnienie członu proporcjonalnego może wymagać zmniejszenia.
5. Dobieraj parametry K_p , K_i oraz K_d dopóki nie uzyskasz korzystnego kształtu sygnału wyjściowego. Możesz odnieść się do tabeli 1 w tej instrukcji.

UWAGA: nie zawsze trzeba implementować wszystkie trzy człony regulatora PID do prostego układu. Na przykład, jeśli regulator PI daje wystarczająco dobrą odpowiedź nie trzeba implementować członu różniczkującego. Zaleca się projektowanie możliwie prostych regulatorów.

Zadania do wykonania

1. Obiekt z jednego z poprzednich ćwiczeń - układ lokomotywa-wagon (tylko jeden wagon) przekształcić tak, aby uzyskać model o jednym wyjściu (prędkość wagonu, $y = v_2$)
2. Dodać model regulatora PID, zadajniki poszczególnych wzmocnień regulatora, połączyć szeregowo model regulatora i obiektu, zapiąć pętlę ujemnego sprzężenia zwrotnego, wykreślić odpowiedź skokową przy zamkniętej pętli zgodnie z rys. 13.



Rys. 13. Schemat blokowy modyfikowanego układu.

3. Dobrać metodą ręczną korzystne nastawy dla układu z regulatorem PID zgodnie ze wskazówkami zawartymi w tej instrukcji dla parametrów:
 $M_1 = 1000 \text{ kg}$
 $M_2 = 1000 \text{ kg}$
 $\mu = 0.003 \text{ s/m}$
 $k = 1 \text{ N/s}$
 $g = 9.8 \text{ m/s}^2$
4. Zarejestrować odpowiedź skokową i impulsową układu zamkniętego tj. prędkość wagonu dla dobranych nastaw regulatora. Określić jakie wartości poszczególnych wskaźników jakości (uchyb ustalony, przeregulowanie, czas narastania, czas regulacji) udało się uzyskać, porównać z wynikami innych studentów.

Pytania kontrolne:

1. W jakich trzech równoważnych postaciach występują regulatory PID? Narysować schematy blokowe.
2. Jaki jest związek pomiędzy nastawami regulatora w postaciach akademickiej, równoległej i szeregowo-równoległej? Wyprowadzić zależności.
3. Jak w układzie z równoległym regulatorem PID można zmniejszyć/zwiększyć:
 - a. Przeregulowanie
 - b. Uchyb ustalony
 - c. Czas narastania
 - d. Czas regulacji