

*Eligiusz PAWŁOWSKI
Politechnika Lubelska
Katedra Automatyki i Metrologii*

POMIARY MAŁYCH CZĘSTOTLIWOŚCI W OBECNOŚCI ZAKŁÓCEŃ

W pracy porusza się problematykę pomiaru małych częstotliwości w obecności zakłóceń. Prezentuje się podstawy teoretyczne i algorytmy metod bazujących na przetwarzaniu wartości chwilowych sygnału. Rozważa się algorytm wykorzystujący metodę najmniejszych kwadratów i rozwinięcie funkcji sinusoidalnej w szereg Taylora. Przedstawia się rezultaty testów.

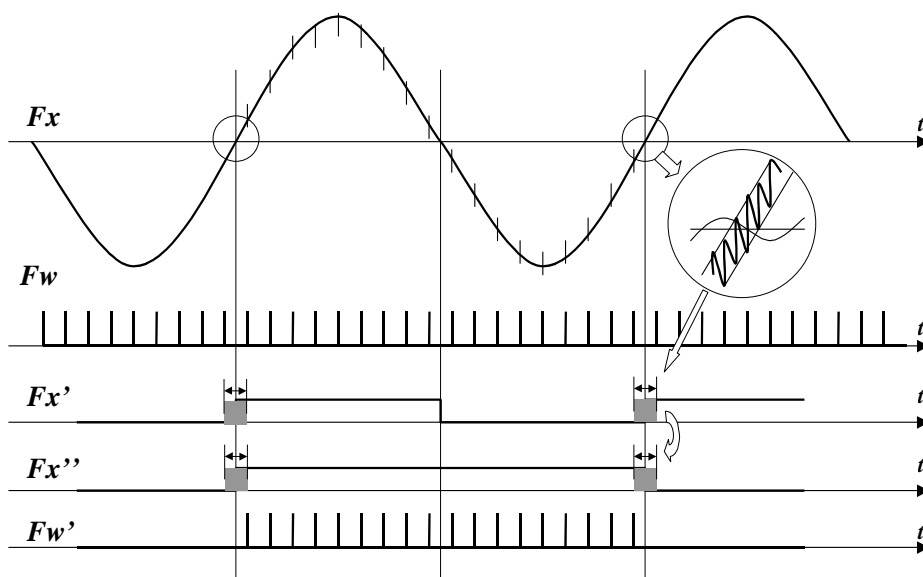
LOW FREQUENCY MEASUREMENTS IN THE PRESENCE OF NOISE

The paper presents a some aspects of low frequency measurements in the presence of noise. The theoretical background and several measurements algorithms based on sampled data of voltage signal are presented. A new method based on the least error squares curve fitting technique with Taylor series is discussed in details. Some test results are presented in the paper too.

1. WPROWADZENIE

Pomiary częstotliwości są dziś realizowane zazwyczaj za pomocą uniwersalnych liczników-częstościomierzy cyfrowych. Przyrządy te są uznawane za stosunkowo dokładne, a pomiary realizowane za ich pomocą są w większości zastosowań obarczone niewielkimi, akceptowalnymi przez użytkownika błędami. Nie zawsze jednak jest to prawdą. Niepewność pomiaru częstościomierzem cyfrowym mają aż trzy składowe: niepewność wzorca, niepewność kwantowania oraz niepewność wnoszona przez układy wejściowe. Generator wzorcowy częstościomierza cyfrowego jest stosunkowo dokładny, jego błąd jest nie większy od $\pm 10^{-5}$, a w przyrządach wyższej klasy jest mniejszy od $\pm 10^{-8}$. Wysoka dokładność wzorca częstotliwości może sugerować wysoką dokładność wszystkich pomiarów realizowanych częstościomierzem cyfrowym, ale kolejny składnik - niepewność kwantowania zależy od czasu otwarcia bramki oraz od wartości mierzonej częstotliwości i może on osiągać stosunkowo duże wartości. Dla przykładu, przy pomiarze częstotliwości napięcia w sieci energetycznej 50 Hz w czasie 10 s (najdłuższy praktycznie stosowany czas otwarcia bramki) niepewność kwantowania osiąga wartość $\pm 0,2\%$, czyli o kilka rzędów więcej od błędu wzorca. niepewność tę można ograniczyć zastępując bezpośredni pomiar częstotliwości pomiarem okresu, ale pojawia się wtedy niepewność wnoszona przez układy wejściowe, która może osiągać również stosunkowo duże wartości, szczególnie jeśli sygnał jest zniekształcony,

zazumiony i posiada niezbyt strome zbocza w okolicy przejścia przez poziom zerowy. Objawia się to drzeniem zboczy określających początek i koniec okresu sygnału F_x , w którym zliczane są impulsy sygnału wzorcowego F_w , co ilustruje rys.1. Typowo przyjmuje się, że dla stosunku sygnału sinusoidalnego do zakłóceń równego 40 dB niepewność ta przy pomiarze jednego okresu jest rzędu 0,3 %. Przy pomiarze wielokrotności okresu niepewność ta proporcjonalnie zmniejsza się, ale kosztem wydłużania czasu trwania pomiaru.



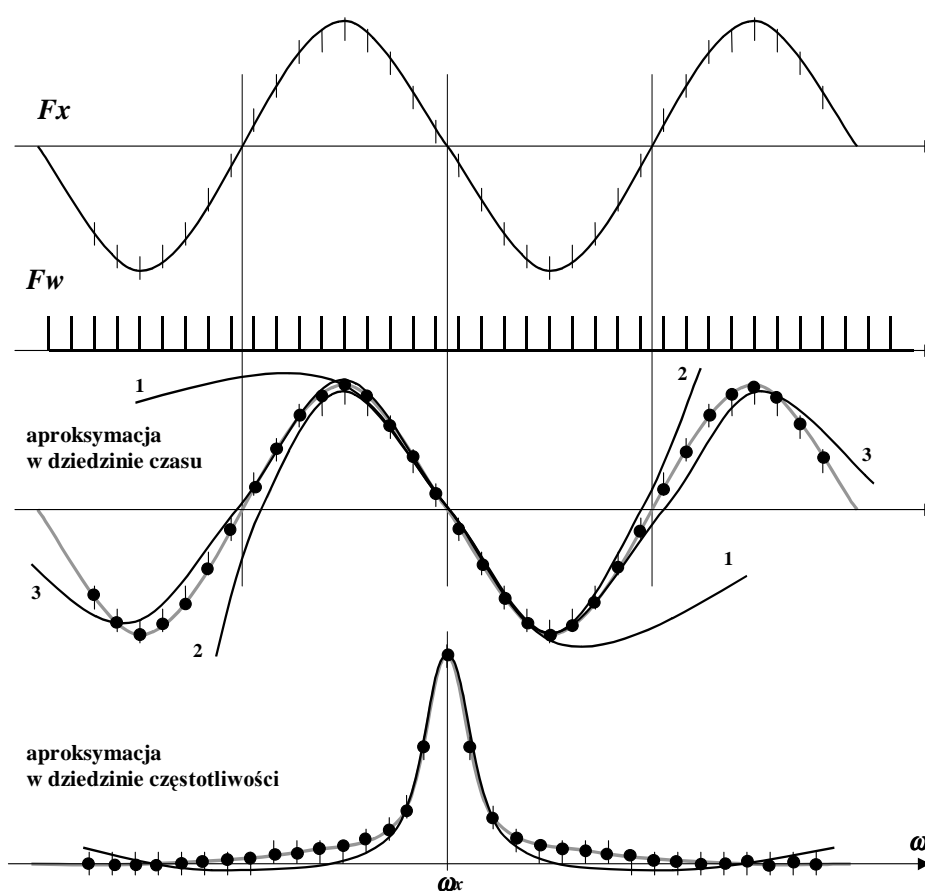
Rys. 1. Błąd wnoszony przez układy wejściowe przy pomiarach małych częstotliwości
Fig. 1. Trigger point error by detecting zero crossings in low frequency measurements

Podsumowując, klasyczny częstotlicznik cyfrowy przy pomiarach małych częstotliwości sygnałów sinusoidalnych, zazumionych i zawierających wyższe harmoniczne nie gwarantuje dobrych rezultatów. Typowym przykładem może tu być pomiar częstotliwości napięcia w sieci energetycznej 50 Hz, szczególnie gdy wynik pomiaru musi być uzyskany w stosunkowo krótkim czasie, np. poniżej 1 s wymaganym przez układy zabezpieczeń. W takim przypadku zastosowanie układu klasycznego częstotlicznika cyfrowego nie jest możliwe. Z tych właśnie powodów w literaturze pojawia się coraz więcej opisów nowych metod cyfrowego pomiaru częstotliwości, nie wykorzystujących struktury klasycznego częstotlicznika opartej na zliczaniu impulsów, lecz bazujących na algorytmach cyfrowego przetwarzania sygnałów poddanych operacji próbkowania i kwantowania.

2. ALGORYTMY DSP W POMIARACH CZĘSTOTLIWOŚCI

Z matematycznego punktu widzenia zastosowanie algorytmów DSP do pomiarów częstotliwości polega na aproksymacji spróbkowanego i skwantowanego sygnału odpowiednio dobraną funkcją w dziedzinie czasu lub aproksymacji w dziedzinie

częstotliwości widma tego sygnału, co przedstawiono na rys.2. Algorytmy te w ogólności realizują filtry cyfrowe, których parametry są dostrajane do mierzonego sygnału lub też badana jest odpowiedź filtru o parametrach ustalonych, pobudzonego mierzonym sygnałem. Algorytmy te w swej idei nawiązują do znanych analogowych metod pomiaru częstotliwości takich jak: dobór parametrów filtru strojonego (mostki), badanie odpowiedzi filtru pobudzonego mierzonym sygnałem (częstościomierze logometryczne), analiza harmoniczna za pomocą zestawu filtrów wąskopasmowych (częstościomierz wibracyjny), porównanie z sygnałem wzorcowym poprzez mnożenie (metody heterodynowe) lub sumowanie (porównanie fazy - krzywe Lissajous).



Rys. 2. Wyznaczanie częstotliwości sygnału poprzez aproksymację próbek w dziedzinie czasu i w dziedzinie częstotliwości

Fig. 2. Estimation frequency of signal by approximation samples in time domain and in frequency domain

W najprostszy sposób częstotliwość sygnału można wyznaczyć na podstawie wartości jego próbek poprzez określenie liczby próbek odpowiadających jednemu okresowi [1], co praktycznie odpowiada klasycznej metodzie częstościomierza cyfrowego z wirtualnym licznikiem realizowanym w pamięci komputera wykonującego obliczenia, ze wszystkimi

zaletami i wadami klasycznego częstotściomierza cyfrowego. Znaczną poprawę dokładności można w tej metodzie osiągnąć poprzez precyzyjniejsze wyznaczenie chwil przejścia sygnału przez poziom zerowy, stosując aproksymację liniową lub wyższego rzędu [1].

Zastosowanie splotu sygnału z funkcją Walsh'a umożliwia precyzyjne wyznaczenie odchylenia częstotliwości od wartości znamionowej [1], [2]. Metoda ta jest stosunkowo szybka i dokładna już przy małych częstotliwościach próbkowania, ale przedział pomiaru jest wąski, a algorytm jest wrażliwy na zniekształcenia sygnału i jego amplitudę. Wyznaczenie odchylenia od częstotliwości znamionowej jest również możliwe poprzez korelację sygnału z funkcjami sinus/cosinus [3] i określenie okresu zmienności wyliczonych współczynników korelacji. Podobna w swej idei jest również metoda dekompozycji sygnału na dwie składowe ortogonalne [4], wykorzystująca dwa cyfrowe filtry ortogonalne o odpowiednio dobranych współczynnikach. Sygnały ortogonalne wykorzystuje również metoda demodulacji [5], [6], w której chwilowe odchylenie od częstotliwości znamionowej oblicza się na podstawie szybkości przyrostu fazy sygnału. Stosunkowo prostą metodą jest wykorzystanie drugiej pochodnej funkcji sinus [7], której zaletą jest niewrażliwość na wartość amplitudy sygnału. Jednak cyfrowe różniczkowanie sygnału jest operacją stosunkowo kłopotliwą, gdyż przy sygnale zaszumionym lub zniekształconym pojawiają się duże niepewności spowodowane górnoprzepustową charakterystyką częstotliwościową członu różniczkującego. Podobna w swej idei jest metoda polegająca na optymalizacji (minimalizacji wartości średniokwadratowej błędu) rozwiązania równania różniczkowego drugiego rzędu [7]. Kilka kolejnych metod wykorzystuje pewne wybrane właściwości transformaty Fouriera. Metoda wykorzystująca efekt przecieku (*FFT leakage effects*) [8] bazuje na znanej właściwości algorytmu FFT, polegającej na tym, że jeśli okno pomiarowe nie jest całkowitą wielokrotnością okresu sygnału przetwarzanego, to w jego widmie pojawiają się harmoniczne nie występujące w rzeczywistości. Jako miarę odchylenia mierzonej częstotliwości od wartości znamionowej przyjmuje się odpowiednio zdefiniowany współczynnik przecieku. Metoda wymaga niestety synchronizacji położenia okna pomiarowego względem przejść sygnału przez poziom zerowy. W kolejnej metodzie [8], [9] transformatę FFT oblicza się również w oknie pomiarowym o stałej długości, ale przemieszczającym się wzdłuż osi czasu. Częstotliwość sygnału wyznacza się poprzez porównanie zawartości wyższych harmonicznych w widmach wyznaczonych dla różnych położenia okna pomiarowego. Transformata FFT może być również zastosowana do pomiaru częstotliwości sygnału poprzez wyznaczenie prędkości obrotowej wirującego wskaźnika napięcia [10]. Częstotliwość sygnału oblicza się w tej metodzie jako pochodną (iloraz różnicowy) fazy wirującego wektora napięcia sygnału, przy czym chwilową wartość tej fazy otrzymuje się jako \arctg ze stosunku części urojonej do rzeczywistej wektora napięcia obliczonych za pomocą transformaty FFT. Pewnym rozszerzeniem tej metody jest zastosowanie dodatkowo średniokwadratowej aproksymacji chwilowego przebiegu fazy [6], co skutecznie tłumi wpływ zakłóceń na wynik pomiaru. Szczególną uwagę warto zwrócić na metodę wykorzystującą rozwinięcie funkcji

sinusoidalnej w szereg Taylora [11], [12]. Zastosowanie w algorytmie obliczeń metody najmniejszych kwadratów skutkuje korzystnymi właściwościami tej metody.

3. ZASTOSOWANIE ROZWINIĘCIA FUNKCJI SINUS W SZEREG TAYLORA

Zastosowanie rozwinięcia funkcji sinusoidalnej w szereg Taylora [12], [13] umożliwia pomiar częstotliwości sygnału wokół wartości znamionowej ω_{1n} , przy czym współczynniki rozwinięcia wyznaczone są metodą najmniejszych kwadratów. Przyjmując, że przebieg napięcia wyrażony jest równaniem (1):

$$u(t) = A_1 \sin(\omega_1 t + \psi_1), \quad (1)$$

gdzie: A_1 - amplituda napięcia,

ω_1 - pulsacja,

t - czas,

ψ_1 - faza początkowa napięcia,

oraz stosując znaną tożsamość trygonometryczną:

$$\sin(\omega_1 t + \psi_1) = \cos \psi_1 \sin(\omega_1 t) + \sin \psi_1 \cos(\omega_1 t), \quad (2)$$

równanie (1) można przedstawić w postaci:

$$u(t) = A_1 \cos \psi_1 \sin(\omega_1 t) + A_1 \sin \psi_1 \cos(\omega_1 t). \quad (3)$$

Funkcje $\sin(\omega_1 t)$ i $\cos(\omega_1 t)$ można rozwinąć w szereg Taylora wokół wartości częstotliwości znamionowej ω_{1n} :

$$\begin{aligned} \sin(\omega_1 t) = & \sum_{m=0}^{\infty} (-1)^m \frac{t^{2m}}{2m!} (\omega_1 - \omega_{1n})^{2m} \sin(\omega_{1n} t) + \\ & \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{t^{2n+1}}{(2n+1)!} (\omega_1 - \omega_{1n})^{2n+1} \cos(\omega_{1n} t) \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \cos(\omega_1 t) = & \sum_{m=0}^{\infty} (-1)^m \frac{t^{2m}}{2m!} (\omega_1 - \omega_{1n})^{2m} \cos(\omega_{1n} t) + \\ & \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{t^{2n+1}}{(2n+1)!} (\omega_1 - \omega_{1n})^{2n+1} \sin(\omega_{1n} t) \end{aligned} \quad (5)$$

Po podstawieniu (4) i (5) do (3), uwzględniając dla przykładu sześć pierwszych składników szeregu $M=6$ i przyjmując N wartości próbek napięcia u_1, u_2, \dots, u_N zmierzonych w równych odstępach czasu T_P można zapisać rozwinięcie w szereg Taylora w postaci (6),

pamiętając, że zmienną w równaniu jest częstotliwość ω , a czas $t = k \cdot T_p$ traktowany jest jako parametr:

$$u_k = a_{k1}x_1 + a_{k2}x_2 + a_{k3}x_3 + a_{k4}x_4 + a_{k5}x_5 + a_{k6}x_6, \quad (6)$$

gdzie:

$$\begin{aligned} k &= 1, \dots, N \\ x_1 &= A_1 \cos \psi_1, & x_2 &= (\omega_1 - \omega_{1n}) A_1 \cos \psi_1, \\ x_3 &= A_1 \sin \psi_1, & x_4 &= (\omega_1 - \omega_{1n}) A_1 \sin \psi_1, \\ x_5 &= \left(-\frac{1}{2} \omega_1^2 + \omega_1 \omega_{1n} - \frac{1}{2} \omega_{1n}^2 \right) A_1 \cos \psi_1, & x_6 &= \left(-\frac{1}{2} \omega_1^2 + \omega_1 \omega_{1n} + \frac{1}{2} \omega_{1n}^2 \right) A_1 \sin \psi_1, \\ a_{k1} &= \sin(\omega_{1n} k T_p), & a_{k2} &= k T_p \cos(\omega_{1n} k T_p), \\ a_{k3} &= \cos(\omega_{1n} k T_p), & a_{k4} &= k T_p \sin(\omega_{1n} k T_p), \\ a_{k5} &= (k T_p)^2 \sin(\omega_{1n} k T_p), & a_{k6} &= (k T_p)^2 \cos(\omega_{1n} k T_p). \end{aligned}$$

Pamiętając, że poszukujemy takiej wartości ω_1 , aby dla danych wartości t i $u(t)$ spełniony był układ równań (6), możemy przedstawić go w zapisie macierzowym:

$$\mathbf{U} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{X}, \quad (7)$$

gdzie:

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_N \end{bmatrix} \quad \mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} & a_{16} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} & a_{26} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ a_{N1} & a_{N2} & a_{N3} & a_{N4} & a_{N5} & a_{N6} \end{bmatrix} \quad \mathbf{X} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{bmatrix}.$$

W przypadku, gdy \mathbf{A} jest macierzą kwadratową ($N=6$) zadanie polega na klasycznym rozwiązaniu układu sześciu równań liniowych z sześcioma niewiadomymi x_1, x_2, \dots, x_6 . W takim przypadku wszystkie współczynniki a są jednoznacznie określone poprzez wybraną częstotliwość wzorcową ω_{1n} , przyjęty w pomiarach okres próbkowania T_p oraz numer kolejny próbki k . Wartości napięć u_1, u_2, \dots, u_k otrzymujemy natomiast z pomiarów. Dla większej liczby próbek ($N > 6$) można uzyskać wyższą dokładność pomiaru, ponieważ układ równań (7) staje się nadokreślony, a macierz współczynników a może być wyznaczona metodą najmniejszych kwadratów i pomiar staje się mniej wrażliwy na przypadkowe zakłócenia. Rozwiązanie nadokreślonego układu równań (7) jest równoważne zagadnieniu aproksymacji w sensie najmniejszych kwadratów i sprowadza się do minimalizacji normy jednokolumnowej macierzy residuów \mathbf{R} :

$$\|\mathbf{R}\| = \sqrt{\sum_i r_i^2}, \text{ gdzie: } \mathbf{R} = \mathbf{A}\mathbf{X} - \mathbf{U}. \quad (8)$$

Rozwiązując układ równań (7) stosuje się rachunek macierzowy:

$$\mathbf{X} = [\mathbf{A}^T \mathbf{A}]^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{U}. \quad (9)$$

Z obliczonych wartości $x_1 \dots x_6$ można wyznaczyć odchylenie częstotliwości Ω :

$$\Omega = (\omega_1 - \omega_{1n}) = \frac{(\omega_1 - \omega_{1n}) A_1 \cos \psi_1}{A_1 \cos \psi_1} = \frac{x_2}{x_1} = \frac{x_4}{x_3}, \quad (10)$$

lub

$$\Omega = (\omega_1 - \omega_{1n}) = \sqrt{\frac{x_2^2 + x_4^2}{x_1^2 + x_3^2}}. \quad (11)$$

Ostatecznie częstotliwość mierzona wyznaczana jest na podstawie zależności:

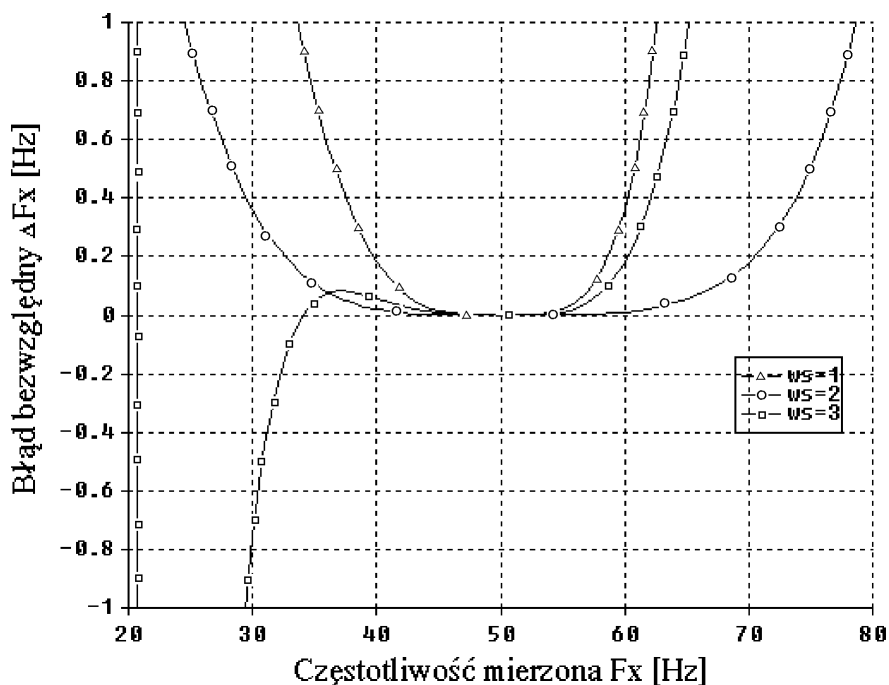
$$\omega_1 = \omega_{1n} + \Omega. \quad (12)$$

4. TESTOWANIE ALGORYTMU PRZETWARZANIA DANYCH

Przy użyciu pakietu *MATLAB* przeprowadzono badania symulacyjne mające na celu określenie wartości błędu bezwzględnego pomiaru częstotliwości zastosowanego algorytmu w zależności od wartości mierzonej częstotliwości oraz rodzaju i stopnia zniekształcenia przebiegu, oraz określenie niepewności związanej z zakłóceniami przebiegu napięcia. Badania przeprowadzono w zakresie częstotliwości sygnału od 20 do 80 Hz dla różnych wartości krytycznych parametrów metody: częstotliwości próbkowania sygnału $f_s=400, 600, 800$ Hz, szerokości okna pomiarowego $w_s=1, 2, 3$ (wyrażonej w okresach częstotliwości znamionowej $\omega_{1n}=50$ Hz) oraz liczby wyrazów rozwinięcia funkcji sinus w szereg Taylora $ts=4, 6, 8$. Zastosowano sześć sygnałów testujących: od czystego przebiegu sinusoidalnego poprzez przebieg sinusoidalny z wprowadzonym szumem na poziomie 1% amplitudy sygnału, aż do przebiegu sinusoidalnego zawierającego 3, 5 i 7 harmonicznych na poziomach odpowiednio 3%, 2% i 1% amplitudy sygnału oraz szum fluktuacyjny na poziomie 1% amplitudy sygnału.

Testy wykazały, że badany algorytm pomiaru częstotliwości jest najmniej wrażliwy na zmiany wartości częstotliwości próbkowania f_s . Jako optymalną wartość przyjęto $f_s=600$ Hz. Znacznie większy wpływ na działanie algorytmu ma dokładność rozwinięcia funkcji sinus, wyrażona liczbą wyrazów szeregu Taylora ts . Zwiększenie z $ts=6$ do $ts=8$ wyrazów nie poprawia istotnie dokładności pomiaru, lecz zdecydowanie zwiększa czas przetwarzania

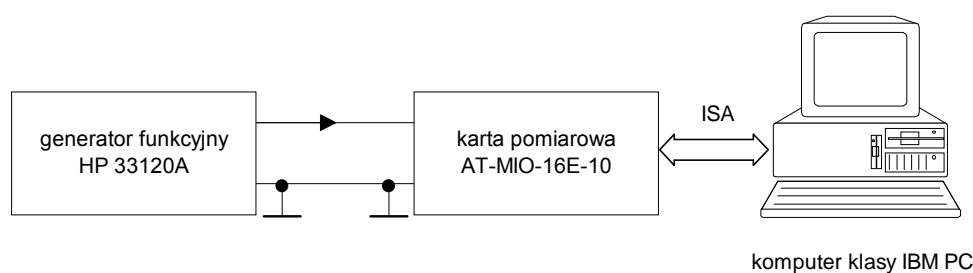
danych pomiarowych. Natomiast zmniejszenie liczby wyrazów szeregu do $ts=4$ prowadzi do tego, że zależność błędu pomiaru od częstotliwości traci na liniowości. Zyskuje się jednak nieco na szybkości pomiaru oraz dokładności pomiaru w otoczeniu częstotliwości 50 Hz w przypadku sygnałów zakłóconych. Przyjęto optymalną wartość parametru $ts=6$. Najważniejszym spośród trzech krytycznych parametrów opisywanej metody jest jednak szerokość zastosowanego okna pomiarowego ws . Przy szerokości okna $ws=1$, tzn. równej jednemu okresowi częstotliwości znamionowej, metoda może być stosowana jedynie w wypadku pomiaru przebiegów idealnie sinusoidalnych, a występowanie nawet niewielkich zakłóceń w sygnale mierzonym prowadzi do niestabilnej pracy algorytmu. Okno pomiarowe o szerokości $ws=2$ jest rozwiązaniem optymalnym dla przebiegów nieznieskształconych. W tym przypadku pomiar jest w miarę szybki i obarczony małymi błędami. Zwiększenie szerokości okna pomiarowego do wartości $ws=2$ prowadzi do pogorszenia się liniowości zależności błędu pomiaru od częstotliwości. Zwiększa się natomiast dokładność pomiaru częstotliwości w przypadku przebiegów zakłóconych wyższymi harmonicznymi oraz szumem fluktuacyjnym, co ma związek z zastosowaniem w metodzie aproksymacji średniokwadratowej. Dla przykładu na rys.3 przedstawiono zależność błędu pomiaru częstotliwości sygnału sinusoidalnego w zależności od szerokości okna pomiarowego, przy częstotliwości próbkowania $fs=600$ Hz oraz liczbie wyrazów rozwinięcia w szereg Taylora $ts=6$.



Rys.3. Błąd pomiaru częstotliwości w trybie symulacji: $fs=600$ Hz, $ts=6$, $ws=1,2,3$
 Fig.3. Frequency measurements error in simulation mode: $fs=600$ Hz, $ts=6$, $ws=1,2,3$

5. EKSPERYMENTY Z RZECZYWISTYMI SYGNAŁAMI

Badania eksperymentalne przedstawionej metody zrealizowano w układzie pomiarowym przedstawionym na rys.4. Wykorzystano komputer klasy IBM PC wyposażony w kartę pomiarową AT-MIO-16E-10 firmy *National Instruments* i oprogramowanie napisane w języku Turbo C++, realizujące algorytm pomiarowy. Jako źródło sygnału mierzonego zastosowano cyfrowy generator funkcyjny HP33120A firmy *Hewlett Packard*. Generator ten dostarczał sygnał sinusoidalny o amplitudzie $20 V_{pp}$ i żądanej częstotliwości z niepewnością $\pm 10^{-6}$ Hz.



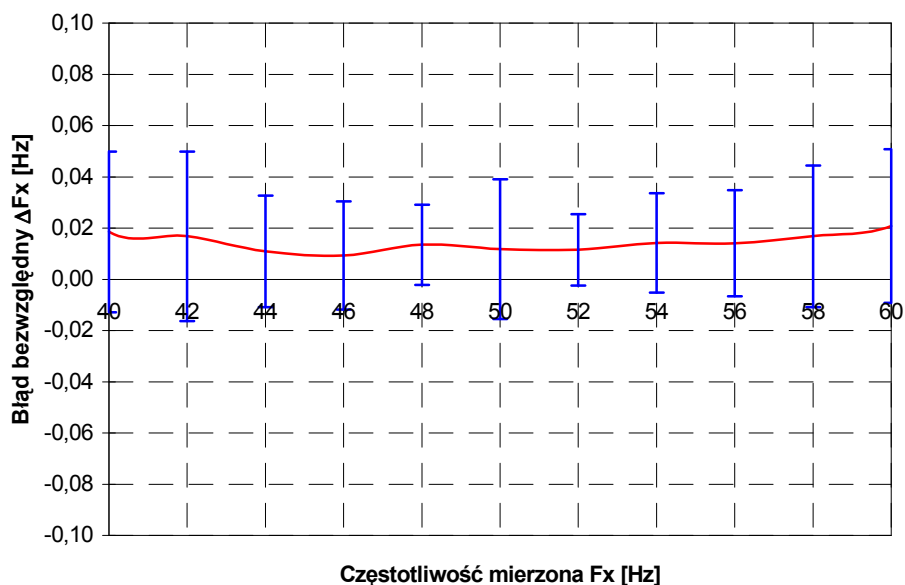
Rys. 4. Schemat blokowy układu pomiarowego

Fig. 4. Block diagram of measurement circuit

Podczas badań wyznaczano bezwzględne błędy pomiaru dla częstotliwości z zakresu od 40 do 60 Hz, z krokiem równym 2 Hz. Dla każdej z częstotliwości wykonywano 20 pomiarów, co 100 ms. Pomiary zrealizowano dla optymalnych wartości parametrów algorytmu ustalonych podczas badań symulacyjnych: częstotliwości próbkowania sygnału mierzonego $f_s=600$ Hz, szerokości okna pomiarowego $w_s=2$ oraz liczby wyrazów rozwinięcia funkcji sinus w szereg Taylora $t_s=6$. Uzyskane rezultaty eksperymentów przedstawiono na Rys. 5.

Dla każdego punktu pomiarowego obliczono z serii wyników wartość średnią zmierzonej częstotliwości f_{sr} oraz odchylenie standardowe σ_p , a na wykresie przedstawiono błąd bezwzględny pomiaru z zaznaczoną dla każdego punktu pomiarowego niepewnością rozszerzoną $3\sigma_p$.

Wyniki pomiarów w układzie rzeczywistym potwierdziły rezultaty uzyskane w badaniach symulacyjnych, o czym świadczy podobieństwo wykresów przedstawionych na rys.3. oraz na rys.5. Uzyskane wyniki pomiarów pozwalają stwierdzić, że w przedziale częstotliwości od 40 do 60 Hz niepewność pojedynczego pomiaru nie przekracza $\pm 0,1\%$ (0,05 Hz), a niepewność wartości średniej z 20 pomiarów jest mniejsza od $\pm 0,04\%$ (0,02 Hz).



Rys. 5. Błąd bezwzględny oraz niepewność rozszerzona pomiaru częstotliwości w układzie rzeczywistym:
 $f_s=600\text{Hz}$, $t_s=6$, $w_s=2$

Fig. 5. Frequency measurements error in real circuits: $f_s=600\text{Hz}$, $t_s=6$, $w_s=2$, with indicated $3\sigma_p$ uncertainty span

6. PODSUMOWANIE

Klasyczna cyfrowa metoda pomiaru częstotliwości nie zapewnia odpowiedniej jakości pomiarów w wielu praktycznie spotykanych sytuacjach: dla małych częstotliwości, dla sygnałów o niezbyt stromych zboczach, w tym również sinusoidalnych (np. częstotliwości sieciowej 50 Hz), a szczególnie w obecności zakłóceń i dla sygnałów silnie zniekształconych. Krytycznym punktem klasycznych algorytmów jest określanie chwil „przejścia sygnału przez zero”, na podstawie których wyznaczana jest wartość częstotliwości sygnału. Pozostałe wartości sygnału również niosące informację pomiarową nie są już uwzględniane w algorytmie.

Zastosowanie algorytmów DSP do pomiarów częstotliwości nawiązuje w swej idei do znanych metod analogowych: dobór parametrów filtru stojonego, badanie odpowiedzi filtru pobudzonego mierzonym sygnałem, analiza harmoniczna za pomocą zestawu filtrów wąskopasmowych, porównanie z sygnałem wzorcowym. Z matematycznego punktu widzenia zastosowanie algorytmów DSP do pomiarów częstotliwości polega na aproksymacji spróbkowanego i skwantowanego sygnału odpowiednio dobraną funkcją w dziedzinie czasu lub aproksymacji w dziedzinie częstotliwości widma tego sygnału. Wyznaczone na podstawie pobranych próbek sygnału współczynniki funkcji aproksymujących umożliwiają estymację poszukiwanej wartości częstotliwości.

Przedstawiona metoda wykorzystująca rozwinięcie funkcji sinus w szereg Taylora pozwala wyznaczyć częstotliwość w czasie równym kilku okresom sygnału mierzonego. Optymalne wartości parametrów algorytmu ustalono metodą symulacji programowej oraz zweryfikowano eksperymentalnie w rzeczywistym układzie. Z przeprowadzonych badań wynika, że właściwości metody głównie zależą od szerokości okna pomiarowego, liczby wyrazów rozwinięcia w szereg Taylora oraz od częstotliwości próbkowania.

7. LITERATURA

1. Wiszniewski A.: Algorytmy pomiarów cyfrowych w automatyce elektroenergetycznej; Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa 1990.
2. Łobos T.: Nonrecursive methods for real-time determination of basic waveforms of voltages and currents; IEEE Proceedings, Generation, Transmission and Distribution, Vol. 136, November 1989, pp. 347-351.
3. Phadke A.G., Thorp J.S., Adamiak M.G.: A new measuring technique for tracking voltage phasors, local system frequency and rate of change of frequency; IEEE Transaction on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-10, No. 5, 1983.
4. Moore P.J., Carranza R.D., Johns A.T.: A New Numeric Technique for High-Speed Evaluation of Power System Frequency; IEEE Proceedings, Generation, Transmission and Distribution, Vol. 141, No. 5, September 1994, pp. 529-536.
5. Akke Magnus: Frequency Estimation by Demodulation of Two Complex Signals; IEEE Transaction on Power Delivery, Vol. 12, No. 1, January 1997.
6. Begović M.M., Phadke A.G.: Frequency Tracking in Power Networks in the Presence of Harmonics; IEEE Transaction on Power Delivery, Vol. 8, No. 2, April 1993, pp. 480-486.
7. Rezmer J.: Cyfrowe wyznaczanie częstotliwości składowej podstawowej sygnału w czasie rzeczywistym; praca doktorska, Politechnika Wrocławska 1995.
8. Girgis A.A., Ham F.M.: A New FFT - Based Digital Frequency Relay for Load Shedding; IEEE Transaction on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-101 Feb. 1982, ss.433-439
9. Sachdev M. S., Giray M. M.: Amplitude and Frequency Measurement by Discrete Fourier Transform and Least Squares Technique; Transaction of The Canadian Electric Association, Engineering and Operation Division, Vol. 24, P3, 1985, Paper No. 84-SP-150.
10. Eckhart V., Hippe P., Hosemann G.: Dynamic Measuring of Frequency and Frequency Oscillations in Multiphase Power System; IEEE Transaction on Power Delivery, Vol.4, January 1989, ss.95-102.
11. Sachdev M.S., Giray M.M.: A Least Error Squares Technique for Determining Power System Frequency; IEEE Transaction on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-104, No. 2, February 1985.

12. Giray M.M., Sachdev M.S.: OFF - Nominal Frequency Measurements in Electric Power Systems; IEEE Transaction on Power Delivery, Vol. 4, July 1989, ss.1573-1578.

ABSTRACT

This paper presents some aspects of low frequency measurements in the presence of noise. The text begins with a discussion on the fundamentals of the conventional electronic counter and its application for low frequency measurements. The main problem that counters have in low frequency measurements stems the fact that their input circuits are optimized for high frequency counting, i.e. for detecting zero crossing, but precisely define the trigger point on slowly rising signals is very difficult. Next, the theoretical basis and several measurements algorithms for frequency measurements based on sampled data of voltage signal are presented. One proposed method based on the least error squares curve fitting technique with Taylor series is discussed. Some test results are presented in the paper too. Sampled data window size, sampling rate, time reference and truncation of the Taylor series are critical parameters of the presented algorithm. For each data window size, errors in the measured frequency increase with the deviation of the signal frequency from the nominal value increase. For a constant window size, the frequency measurement accuracy depends significantly on the sampling rate. If more terms of the Taylor series expansion are used to approximate the sine and cosine terms, measurements at off-nominal frequencies would be more accurate.

In conclusion, a method for accurate and fast determination of the low frequency in the presence of noise has been presented in this paper. This method is useful in designing digital meters and relays needed for fast measurement of power system parameters over a large frequency range.