

## Ćwiczenie nr.13

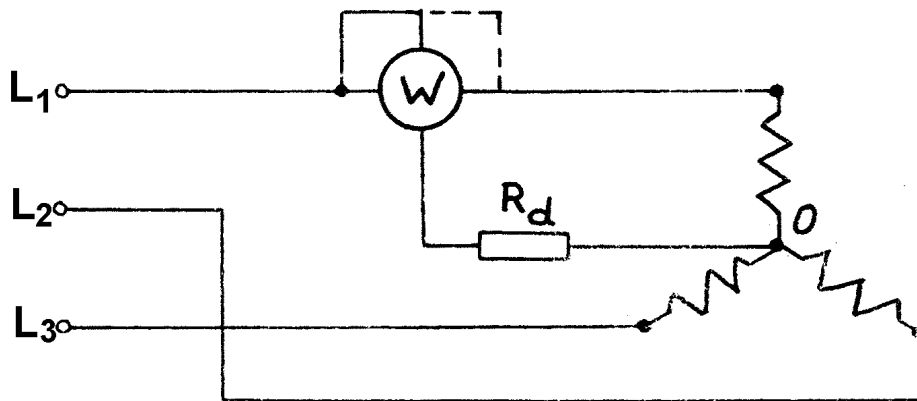
### Pomiar mocy czynnej prądu trójfazowego

#### A. Zasada pomiaru mocy za pomocą jednego i trzech watomierzy

Moc czynna układu trójfazowego jest sumą mocy czynnej wszystkich jego faz. W zależności od tego, czy obciążenie w linii jest symetryczne czy niesymetryczne oraz od tego czy punkt zerowy odbiornika jest dostępny czy niedostępny, rozróżniamy następujące układy połączeń.

#### 1. Metoda jednego watomierza, obciążenie symetryczne, punkt zerowy dostępny

##### 1.1. Układ bezpośredni



Nie uwzględniając poboru mocy przez odpowiednie obwody watomierza, moc odbiornika oblicza się według wzoru:

$$P_o = 3 P_f = 3 P_w = 3 k_w \cdot \alpha \quad (1)$$

Jeżeli watomierz nie ma podziałki wyskalowanej w watach, wówczas moc wskazaną przez watomierz, równą

$$P_w = k_w \cdot \alpha \quad (2)$$

oblicza się po uprzednim wyznaczeniu stałej watomierza:

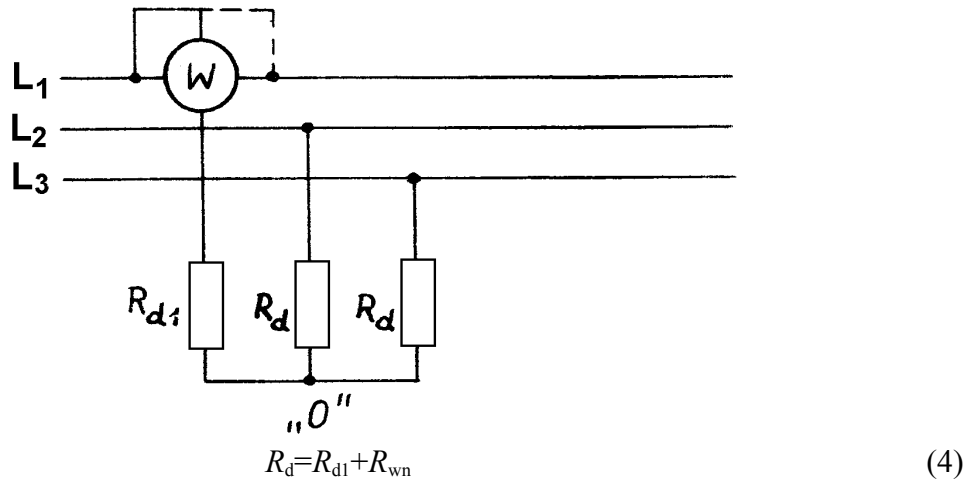
$$k_w = \frac{P_{zn}}{\alpha_{zn}} = \frac{U_{zn} I_{zn} \cos \varphi_{zn}}{\alpha_{zn}} \quad (3)$$

#### 2. Metoda jednego watomierza - obciążenie symetryczne, punkt zerowy niedostępny lub nieistniejący

Celem zmierzenia mocy w linii trójfazowej o niedostępnym lub nieistniejącym punkcie zerowym metodą jednego watomierza, należy obwód napięciowy watomierza włączyć na

napięcie fazowe. W tym celu za pomocą trzech rezystancji o tej samej wartości tworzy się tak zwane sztuczne zero (patrz układ połączeń). Napięcia fazowe utworzą symetryczny układ napięć, gdyż układ rezystancji dodatkowych tworzy odbiornik symetryczny.

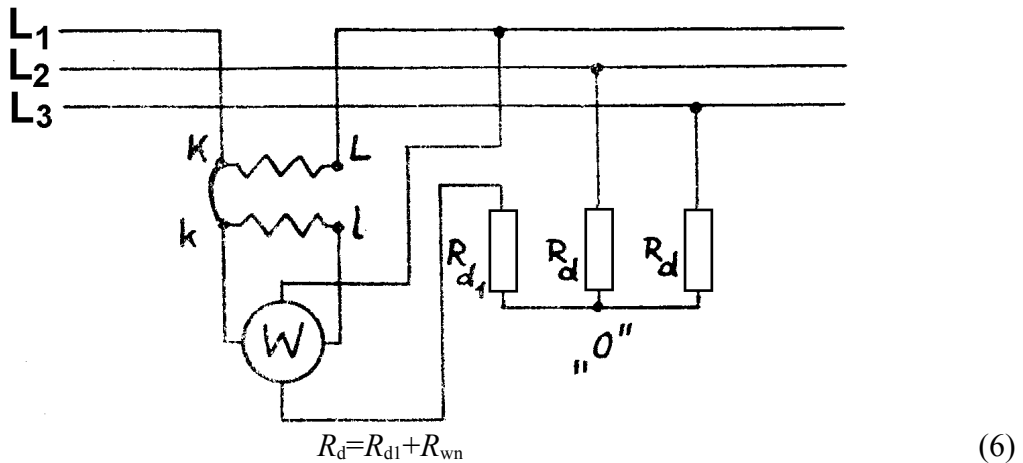
### 2.1. Układ bezpośredni



Nie uwzględniając poboru mocy przez odpowiednie obwody watomierza, moc odbiornika obliczamy ze wzoru:

$$P_o = 3 P_f = 3 P_w = 3 k_w \cdot \alpha \quad (5)$$

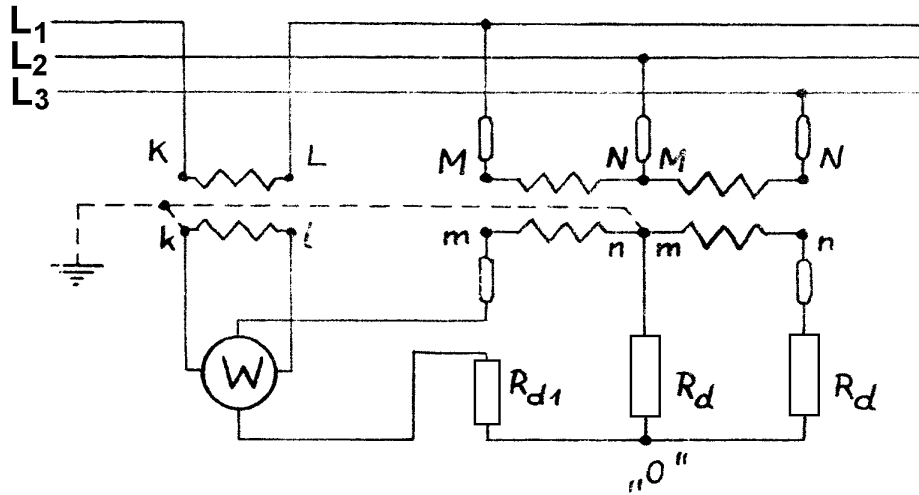
### 2.2. Układ półpośredni z zastosowaniem przekładnika prądowego



Nie uwzględniając poboru mocy przez odpowiednie obwody watomierza oraz błędów przekładnika prądowego, moc odbiornika obliczamy ze wzoru:

$$P_o = 3 \vartheta_i \cdot P_f = 3 \vartheta_i P_w = 3 \vartheta_i k_w \cdot \alpha \quad (7)$$

## 2.3. Układ pośredni



$$R_d = R_{d1} + R_{wn} \quad (8)$$

Nie uwzględniając poboru mocy przez odpowiednie obwody watomierza oraz błędów przekładników, moc odbiornika obliczamy ze wzoru:

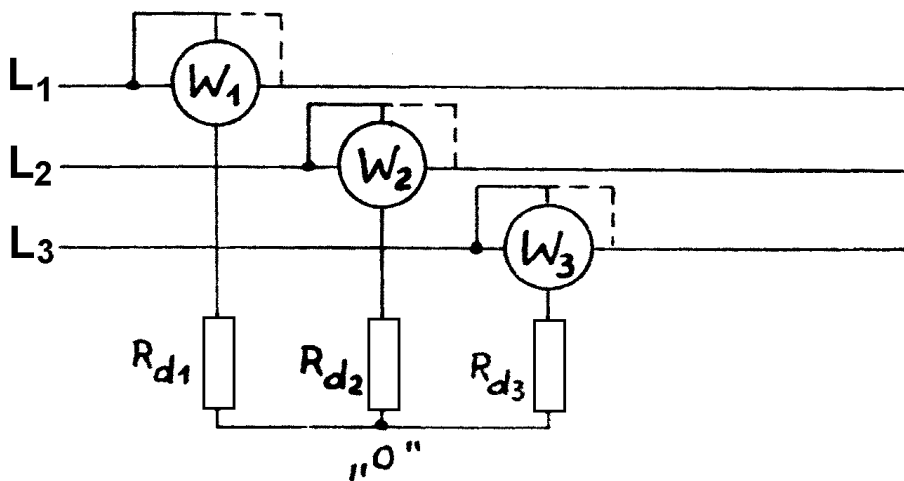
$$P_o = 3 \vartheta_i \cdot \vartheta_u \cdot P_f = 3 \vartheta_i \vartheta_u \cdot P_w = 3 \vartheta_i \vartheta_u \cdot k_w \cdot \alpha \quad (9)$$

W układzie ze sztucznym zerem obwód napięciowy watomierza jest włączony na napięcie fazowe.

## 3. Metoda trzech watomierzy - obciążenie niesymetryczne

Poszczególne watomierze nie mierzą mocy każdej fazy, gdyż sztuczne zero nie pokrywa się na ogół z zerem odbiornika (lub odbiornik połączony w trójkąt nie posiada zera i nie odpowiada układem swoim układowi pomiarowemu, lecz suma mocy wskazanej przez watomierze jest zawsze równa całkowitej mocy odbiornika.

## 3.1. Układ bezpośredni

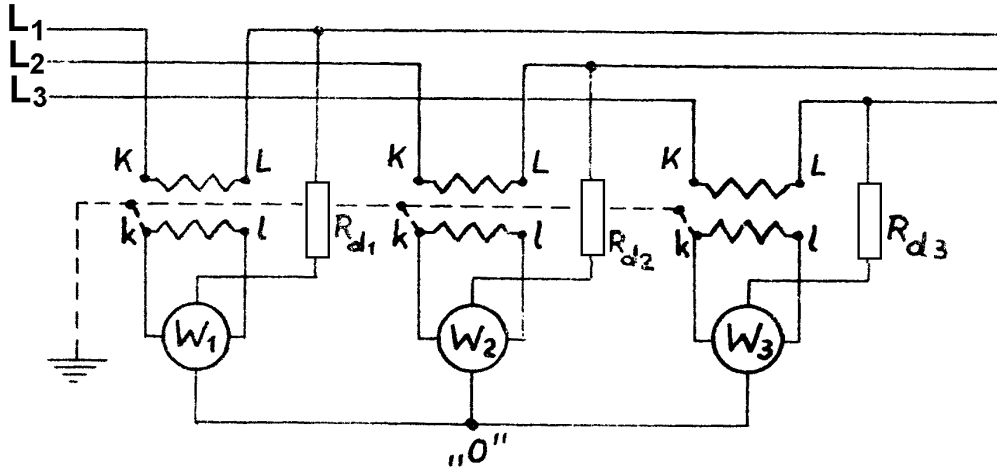


Jeżeli watomierze są identyczne, wówczas  $R_{d1}=R_{d2}=R_{d3}$ .

Nie uwzględniając poboru mocy przez odpowiednie obwody watomierzy, moc odbiornika obliczamy ze wzoru:

$$P_o = P_{w1} + P_{w2} + P_{w3} = k_w (\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3) \quad (10)$$

### 3.2. Układ półpośredni



Przy założeniu, że przekładniki i watomierze są identyczne czyli:

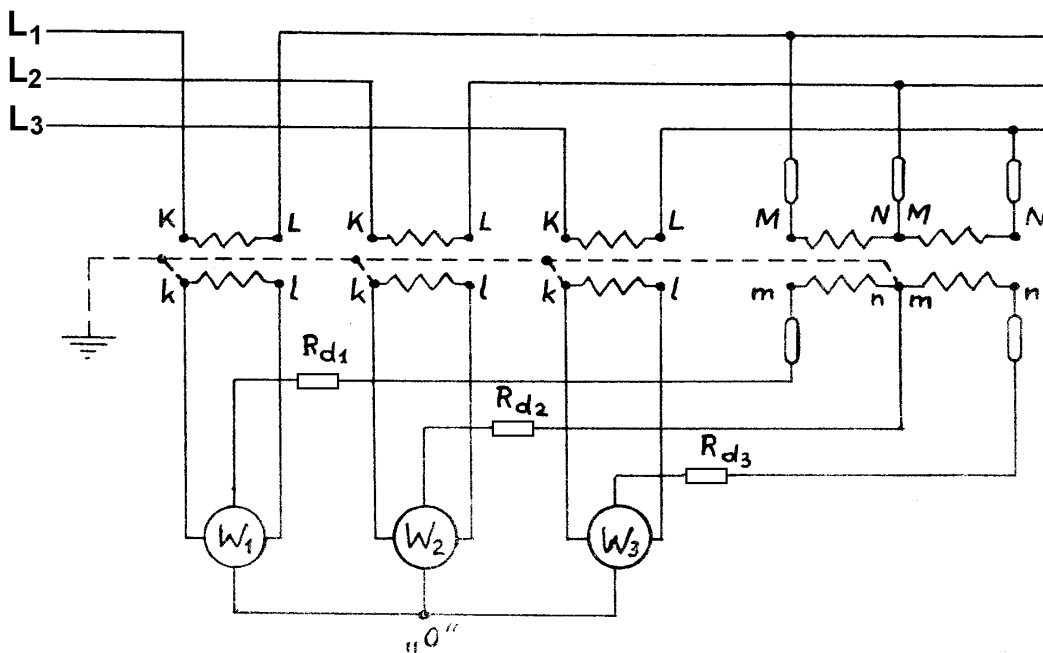
$$\vartheta_{i1} = \vartheta_{i2} = \vartheta_{i3} = \vartheta_i$$

$$k_{w1} = k_{w2} = k_{w3} = k_w$$

oraz nie uwzględniając poboru mocy przez odpowiednie obwody watomierzy, moc odbiornika oblicza się ze wzoru:

$$P_o = P_1 + P_2 + P_3 = \vartheta_i k_w (\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3) \quad (11)$$

### 3.3. Układ pośredni



Nie uwzględniając poboru mocy przez odpowiednie obwody watomierza, moc odbiornika oblicza się według wzoru:

$$P_o = P_1 + P_2 + P_3 = \vartheta_1 \vartheta_u k_w (\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3) \quad (12)$$

przy założeniu, że przekładniki i watomierze są identyczne t.j, że:

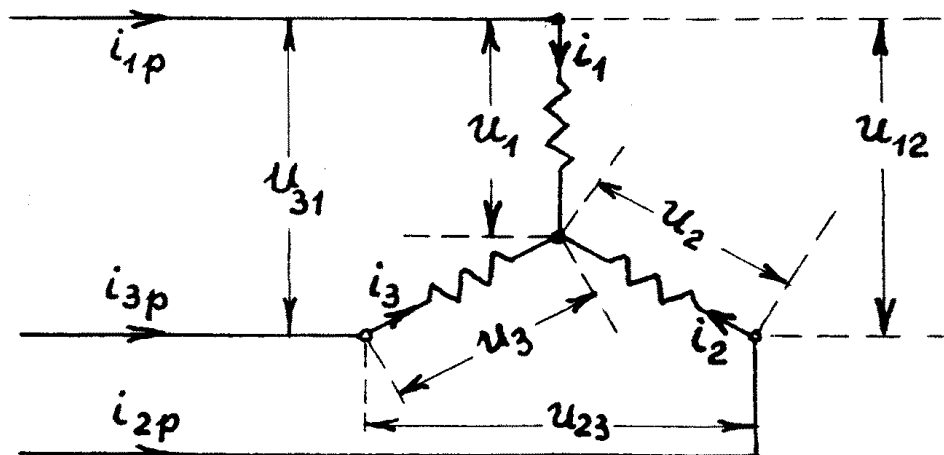
$$\begin{aligned} \vartheta_{i1} &= \vartheta_{i2} = \vartheta_{i3} = \vartheta_i, \\ \vartheta_{u1} &= \vartheta_{u2} = \vartheta_{u3} = \vartheta_u, \\ k_{w1} &= k_{w2} = k_{w3} = k_w. \end{aligned}$$

B. Zasada pomiaru mocy czynnej metodą dwóch watomierzy (układ Arona).

Moc chwilowa pobierana przez odbiornik gwiazdowy o zasilaniu trójprzewodowym przy dowolnym obciążeniu wynosi:

$$p = u_1 i_1 + u_2 i_2 + u_3 i_3 \quad (13)$$

gdzie  $u_1, u_2, u_3$  - wartości chwilowe napięć na poszczególnych fazach odbiornika, zaś  $i_1, i_2, i_3$  - wartości chwilowe prądów fazowych, będących dla gwiazdy jednocześnie prądami przewodowymi:  $i_1 = i_{1p}, i_2 = i_{2p}, i_3 = i_{3p}$ .



Rys.1. Napięcia i prądy w odbiorniku gwiazdowym

Dla punktu zerowego odbiornika:

$$i_1 + i_2 + i_3 = 0 \quad (14)$$

Wyznaczając  $i_2$  z równania (14)  $i_2 = -(i_1 + i_3)$  i podstawiając do (13) otrzymuje się po uporządkowaniu:

$$p = (u_1 - u_2) i_1 + (u_3 - u_2) i_3 = u_{12} i_1 + u_{32} i_3 \quad (15)$$

lub.

$$p = u_{12} i_{1p} + u_{32} i_{3p} \quad (16)$$

gdzie:  $u_{12}$  i  $u_{32}$  - wartości chwilowe napięć przewodowych, występujących pomiędzy odpowiednimi fazami t.j. 1 i 2 oraz 3 i 2.

Dla odbiornika trójkątowego pobierana moc chwilowa:

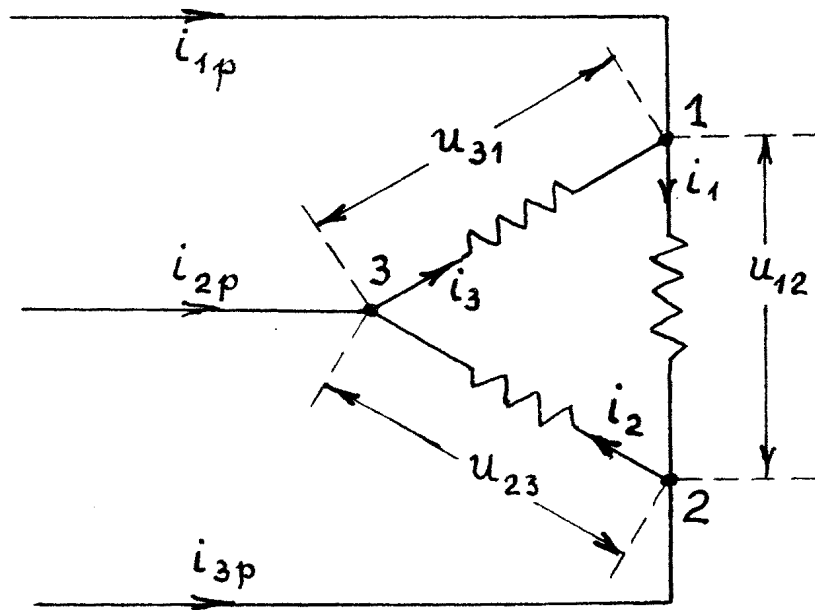
$$p = u_{12}i_1 + u_{23}i_2 + u_{31}i_3 \quad (17)$$

gdzie:  $u_1, u_2, u_3$  - wartości chwilowe napięć przewodowych będących dla trójkąta jednocześnie napięciami fazowymi, zaś  $i_1, i_2, i_3$  - wartości chwilowe prądów fazowych.

Ponieważ:

$$u_{12} + u_{23} + u_{31} = 0 \quad (18)$$

zatem  $u_{31} = -(u_{12} + u_{23})$



Rys.2. Napięcia i prądy chwilowe w odbiorniku trójkątowym

Podstawiając wyrażenie na  $u_{31}$  do równania (17):

$$p = u_{12}(i_1 - i_3) + u_{23}(i_2 - i_3)$$

lub

$$p = u_{12}(i_1 - i_3) + u_{32}(i_3 - i_2)$$

Ponieważ prąd przewodowy w przewodzie 1  $i_{1p} = i_1 - i_3$  oraz prąd przewodowy w przewodzie 3  $i_{3p} = i_3 - i_2$  zatem:

$$p = u_{12}i_{1p} + u_{32}i_{3p} \quad (19)$$

Z równań (16) i (19) wynika, że przy linii trójprzewodowej moc chwilowa odbiornika trójfazowego - niezależnie od sposobu jego połączenia w gwiazdę czy trójkąt - wyraża się identyczną zależnością.

Aby przejść od mocy chwilowej  $p$  do mocy czynnej  $P$ , która jest średnią mocą za czas trwania jednego okresu, należy scałkować wyrażenie na moc chwilową od 0 do  $T$  i podzielić przez okres  $T$ :

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p dt \quad (20)$$

W wyniku całkowania otrzymuje się:

$$P = U_{12} I_{1p} \cos \alpha + U_{32} I_{3p} \cos \beta \quad (21)$$

gdzie:

$U_{12}$  i  $U_{32}$  - wartości skuteczne odpowiednich napięć przewodowych

$I_{1p}$  i  $I_{3p}$  - wartości skuteczne odpowiednich prądów fazowych

$\alpha$  - kąt fazowy pomiędzy napięciem  $U_{12}$  a prądem  $I_{1p}$

$\beta$  - kąt fazowy pomiędzy napięciem  $U_{32}$  a prądem  $I_{3p}$

Oznaczając:

$$U_{12} I_{1p} \cos \alpha = P_1 \quad (22)$$

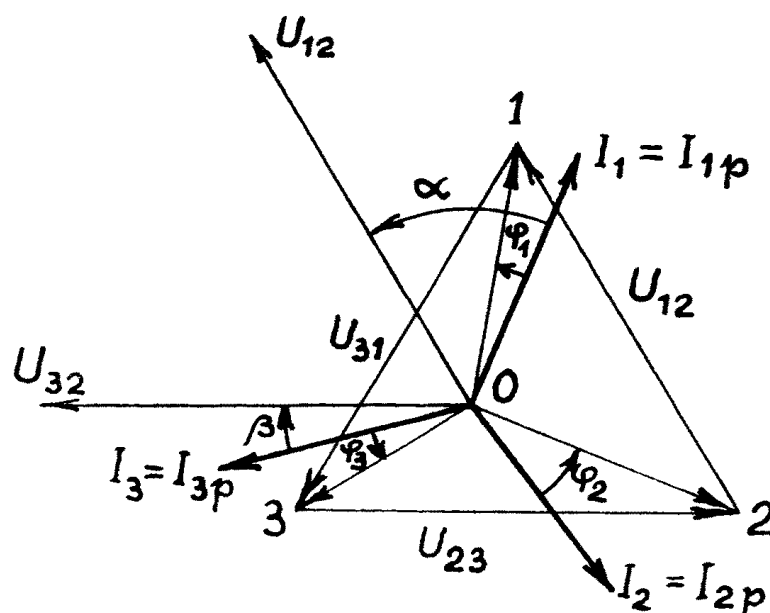
$$U_{32} I_{3p} \cos \beta = P_2 \quad (23)$$

Otrzymuje się  $P$  jako sumę dwóch składników  $P_1$  i  $P_2$ :

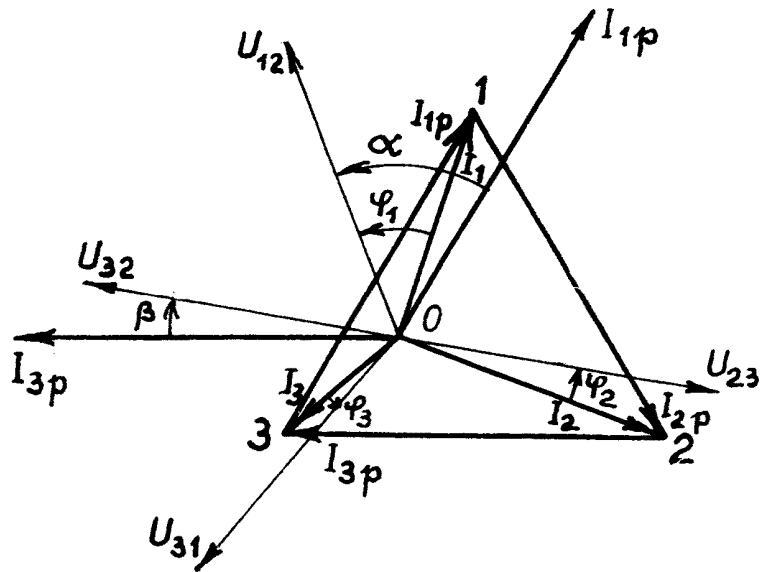
$$P = P_1 + P_2 \quad (24)$$

W celu zmierzenia mocy  $P$  należy więc użyć dwóch watomierzy tak dołączonych do obwodu, aby jeden pomierzył moc  $P_1$ , drugi zaś moc  $P_2$ . Suma algebraiczna mocy wskazywanych przez te watomierze będzie mocą czynną pobieraną przez odbiornik trójfazowy bez względu na to, czy jest on połączony w gwiazdę czy w trójkąt.

Zależność między prądami i napięciami przy pomiarze mocy czynnej za pomocą dwóch watomierzy są zilustrowane wykresami wskazowymi na rysunku 3 i 4.



Rys. 3. Wykres wskazowy dla odbiornika gwiazdowego



Rys. 4. Wykres wskazowy dla odbiornika trójkątowego

Przy układzie trójfazowym symetrycznym, tzn. posiadającym równe i przesunięte względem siebie w czasie o  $120^\circ$  napięcia przewodowe, oraz przy obciążeniu równomiernym, tzn. jednakowym dla każdej fazy, występuje między kątami fazowymi  $\alpha$  i  $\beta$  oraz  $\varphi$  zależność:

$$\alpha = \varphi + 30^\circ \text{ i } \beta = \varphi - 30^\circ$$

Przy obciążeniu o charakterze indukcyjnym, które w praktyce z reguły ma miejsce, kąt fazowy może być zawarty od  $0^\circ$  do  $90^\circ$ , wobec czego:

$$30^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ \text{ i } -30^\circ \leq \beta \leq 60^\circ$$

zaś

$$\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2} \dots - \frac{1}{2} \text{ i } \cos \beta = \frac{\sqrt{3}}{2} \dots \frac{1}{2}$$

Moc  $P_1$  wskazywana przez watomierz  $W_1$  przy obciążeniu indukcyjnym może więc być - zależnie od wartości kąta  $\varphi$  - dodatnia lub ujemna, czyli jego odchylenie dodatnie lub ujemne, tj. w prawo lub w lewo od zera; moc  $P_2$  wskazywana przez watomierz  $W_2$  - tylko dodatnia, czyli odchylenie zawsze dodatnie, tj. w prawo od zera.

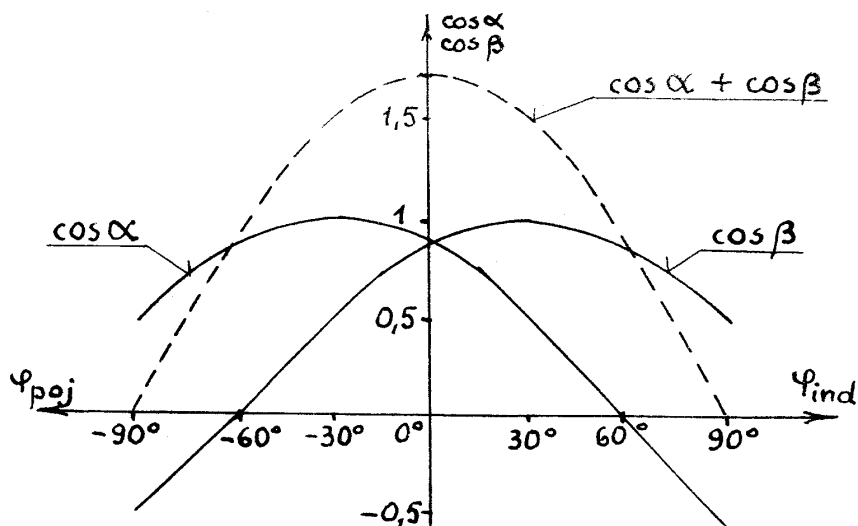
W przypadku obciążenia pojemnościowego odchylenia dodatnie lub ujemne występują w watomierzu  $W_2$  (w fazie trzeciej), natomiast odchylenie watomierza  $W_1$  jest tylko dodatnie.

Przebieg funkcji  $\cos \alpha$  oraz  $\cos \beta$  w zależności od kąta fazowego  $\varphi$  odbiornika dla równomiernego obciążenia przedstawia wykres na rysunku 5. Z wykresu tego można prześledzić stosunek wskazań obydwu watomierzy dla różnych wartości kąta  $\varphi$ .

Jeżeli watomierze umieszczone są w innych fazach, niż 1 i 3, to rolę watomierza  $W_1$  pełni watomierz w fazie opóźniającej się, a  $W_2$  - w fazie wyprzedzającej, gdyż faza 1 jest opóźniona względem 3. Połączenie obwodów napięciowych w tym przypadku łatwo jest ustalić, pamiętając, że wejście obwodu napięciowego powinno być połączone do tej samej fazy, w którą włączony jest obwód prądowy danego watomierza, natomiast wyjście obwodów napięciowych jest podłączone do fazy wolnej, w której nie ma żadnego watomierza.

W przypadku odchylenia jednego z watomierzy w lewo należy dla zmiany kierunku jego odchylenia wykonać jedno z dopuszczalnych przełączeń w jego obwodzie.



Rys.5. Wykres funkcji  $\cos\alpha$  i  $\cos\beta$ 

Przy obliczaniu  $P=P_1+P_2$  należy uwzględnić znaki obu składników i przy zgodnych odchyleniach obu watomierzy należy moc przez nie uzyskane wskazanie dodać, zaś przy odchyleniach w strony przeciwne (przed przełączeniem watomierza) - odjąć.

W celu zwiększenia dokładności pomiaru należy uzyskiwać odchylenia watomierzy możliwie duże, jednak nie wolno przekraczać, ze względu na bezpieczeństwo watomierzy, ich zakresów prądowych i napięciowych, z wyjątkiem przypadków, gdy wytwórca dopuszcza okresowe przeciążenie obwodów watomierzy.

Błąd systematyczny graniczny pomiaru mocy dwoma watomierzami oblicza się z wzoru:

$$\frac{\Delta_g P}{P} = \frac{\Delta P_1 + \Delta P_2}{P} = \frac{k_{l1} P_{1zn} + k_{l2} P_{2zn}}{P} \quad (25)$$

gdzie  $k_l$  oznacza liczbę wyrażoną w procentach, określającą klasę dokładności watomierza

Ze wzoru (25) wynika, że błąd systematyczny graniczny jest szczególnie duży przy kątach fazowych  $\varphi$  bliskich  $90^\circ$ , gdyż w watomierzach występują wtedy przeciwne kierunki odchylenia, a suma algebraiczna mocy  $P$  obydwu watomierzy jest bliska zeru.

Przy dokładnych pomiarach należy uwzględniać poprawki na pobór mocy obwodów prądowych lub napięciowych watomierzy, tak jak przy pomiarze mocy prądu jednofazowego.

W pomiarach przemysłowych metoda dwóch watomierzy jest realizowana w watomierzach trójfazowych dwumechanicznych. Watomierz tego rodzaju posiada we wspólnej obudowie dwa odrębne mechanizmy, których momenty sumują się mechanicznie i napędzają wspólną wskazówkę. Każdy z mechanizmów jest włączony w obwód jak watomierz jednofazowy.

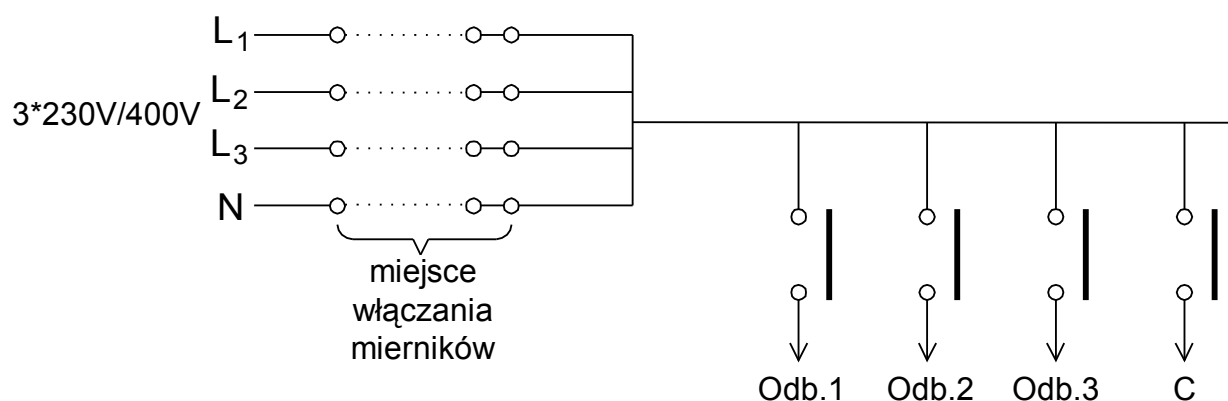
Zaletą metody dwóch watomierzy w porównaniu z metodą trzech watomierzy jest oszczędność jednego miernika. Wadą jest powodowanie asymetrii napięć na odbiorniku wskutek wprowadzenia spadków napięć na cewkach prądowych w tylko dwóch fazach linii. Wada ta szczególnie daje się odczuć przy małych zakresach prądowych watomierzy, gdyż wtedy występują znaczne spadki napięć na cewkach prądowych. Dlatego w tych przypadkach stosuje się metodę trzech watomierzy.

Również w liniach czteroprzewodowych (z przewodem zerowym) nie stosuje się metody dwóch watomierzy, gdyż w tym przypadku nie jest spełniona zależność (14) i wzory dla metody dwóch watomierzy nie są wtedy słuszne.

## C. Wykonanie pomiarów

### Opis stanowiska pomiarowego

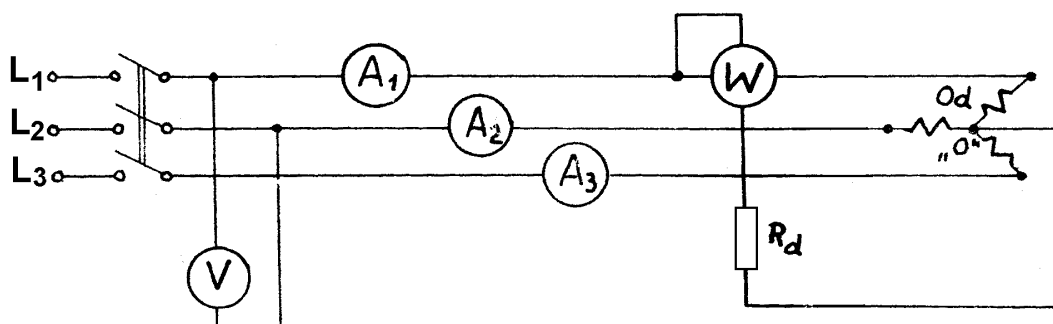
W ćwiczeniu będzie wykorzystywany model linii energetycznej niskiego napięcia, zasilającej trzy różne odbiorniki oraz wyposażonej w baterię kondensatorów do poprawy współczynnika mocy. Na stole laboratoryjnym znajduje się model rozdzielni umożliwiający podłączenie do linii aparatury pomiarowej oraz włączanie dowolnej kombinacji odbiorników.



Model linii jest obciążeniem aktywnym dlatego należy pamiętać aby zachować poprawną kolejność faz przy podłączeniach – nieprzestrzeganie tego warunku grozi zwarcieniem trójfazowym. Należy także mieć na uwadze, że napięcie może pojawić się od strony obciążenia dlatego wszelkich zmian i przełączeń w układzie wolno dokonywać tylko po wyłączeniu zasilania.

### I. Obciążenie symetryczne, punkt zerowy niedostępny

#### 1. Układ połączeń



oznaczenia:

$A_1$  - amperomierz

$A_2$  - amperomierz

$A_3$  - amperomierz

W - watomierz

V - woltomierz

W - wyłącznik

Od - odbiornik

Uwaga. W czasie ćwiczenia należy zapisać w protokole obok podanych oznaczeń określenia i wartości charakteryzujące przyrządy.

## 2. Postępowanie

Zmierzyć moc czynną odbiornika trójfazowego o równomiernym obciążeniu i dostępnym punkcie zerowym oraz obliczyć moc pozorną, bierną i  $\cos\phi$  odbiornika. Wyniki zanotować w tabeli. Podać przykładowe obliczenia dla jednego z typów badanego obciążenia.

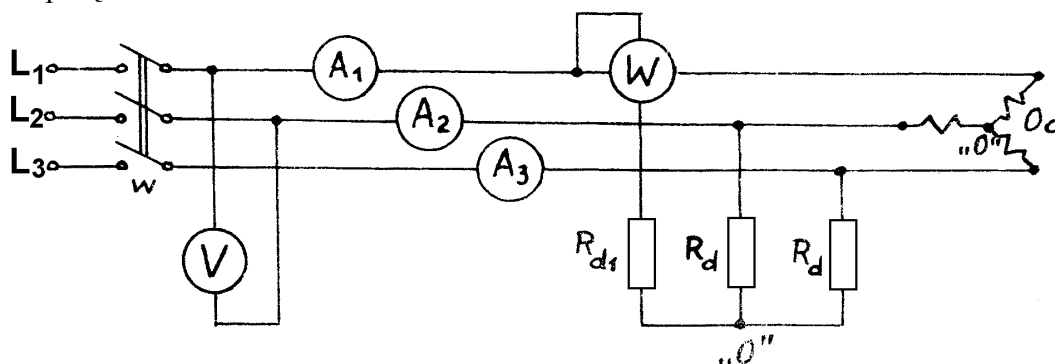
Lp.	U	I <sub>1</sub>	I <sub>2</sub>	I <sub>3</sub>	P <sub>w</sub>			P <sub>o</sub>	Q <sub>o</sub>	S <sub>o</sub>	cosφ
					k <sub>w</sub>	α	P <sub>w</sub>				
	V	A	A	A	W/dz	dz	W				

## 3. Wyniki pomiarów

Wykonać wykres wskazowy w skali. Na podstawie wyników pomiarów określić czy odbiornik stanowił równomierne obciążenie i czy zastosowany układ był poprawny.

### II. Obciążenie symetryczne, punkt zerowy niedostępny, układ bezpośredni

#### 1. Układ połączeń



#### Oznaczenia

A<sub>1</sub> - amperomierz

A<sub>2</sub> - amperomierz

A<sub>3</sub> - amperomierz

W - watomierz

V - woltomierz

W - wyłącznik

Od - odbiornik

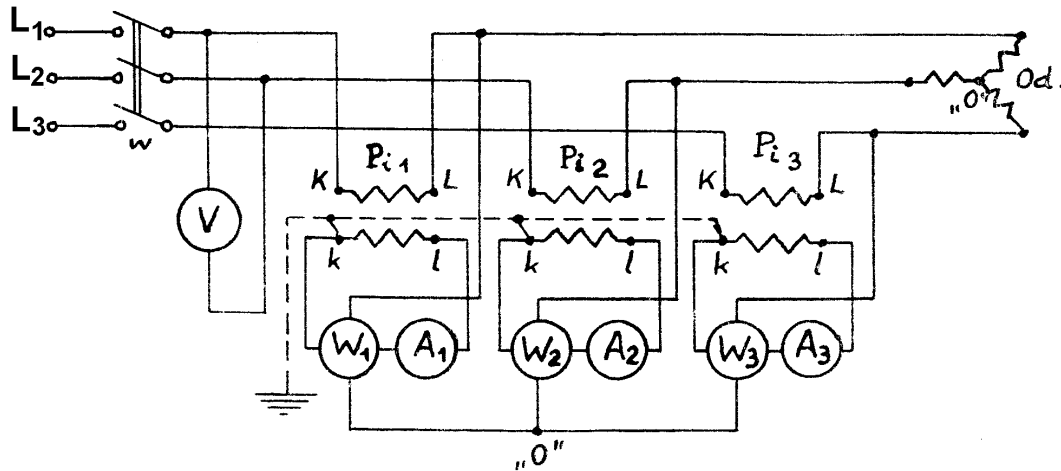
#### 2. Postępowanie

Zmierzyć moc czynną odbiornika trójfazowego o symetrycznym obciążeniu i niedostępnym punkcie zerowym oraz obliczyć moc pozorną, bierną i  $\cos\phi$  odbiornika. Wyniki zamieścić w tabeli.



## IV. Obciążenie niesymetryczne, pomiar trzema watomierzami, układ półpośredni

## Układ połączeń



## Oznaczenia

A<sub>1</sub> - amperomierzA<sub>2</sub> - amperomierzA<sub>3</sub> - amperomierzW<sub>1</sub> - watomierzW<sub>2</sub> - watomierzW<sub>3</sub> - watomierz

V - woltomierz

W - wyłącznik

Od - odbiornik

P<sub>i1</sub> - przekładnik prądowyP<sub>i2</sub> - przekładnik prądowyP<sub>i3</sub> - przekładnik prądowy

## 1. Postępowanie

Zmierzyć moc czynną odbiornika trójfazowego z zastosowaniem przekładnika prądowego oraz obliczyć moc pobieraną przez odbiornik:

a) podczas normalnej pracy

b) przy przerwie w fazie T przy odbiorniku

Wyniki zanotować w tabeli.

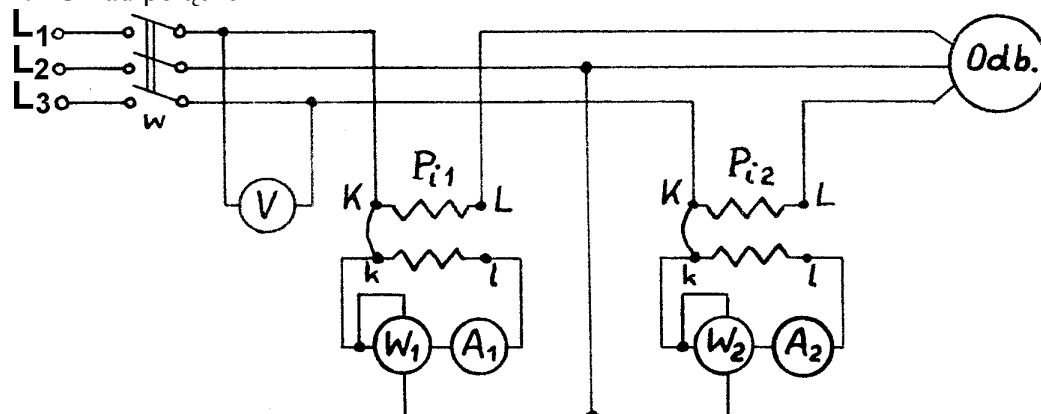
ϑ<sub>i</sub>= A/A

Lp.	U <sub>12</sub>	I <sub>a1</sub>	I <sub>a2</sub>	I <sub>a3</sub>	I <sub>1p</sub>	I <sub>2p</sub>	I <sub>3p</sub>	P <sub>w1</sub>	P <sub>w2</sub>	P <sub>w3</sub>	P <sub>o</sub>
	V	A	A	A	A	A	A	W	W	W	W

Dla każdego badanego odbiornika narysować wykres wskazowy w skali dla układu połączeń, w których wykorzystano najlepszy układ do pomiaru mocy danego odbiornika.

## V. Obciążenie niesymetryczne, pomiar dwoma watomierzami, układ półpośredni

## 1. Układ połączeń



## Oznaczenia:

A<sub>1</sub> - amperomierzA<sub>2</sub> - amperomierzW<sub>1</sub> - watomierzW<sub>2</sub> - watomierz

V - woltomierz

W - wyłącznik

Od - odbiornik

P<sub>i1</sub> - przekładnik prądowyP<sub>i2</sub> - przekładnik prądowy

## 2. Postępowanie

Zmierzyć moc czynną odbiornika trójfazowego z zastosowaniem przekładnika prądowego oraz obliczyć moc bierną, pozorną i  $\cos\phi$  odbiornika. Wyniki zanotować w tabeli.

Lp.	U	I <sub>1</sub>	I <sub>2</sub>	I <sub>3</sub>	P <sub>1</sub>	P <sub>2</sub>	P	P <sub>o</sub>	Q <sub>o</sub>	S <sub>o</sub>	cosφ
	V	A	A	A	W	W	W	W	var	VA	-

Na podstawie wykonanych pomiarów dokonać obliczeń:

$$P_1 = \quad W, \quad \cos\alpha = \frac{P_1}{I_1 U_{12}} = \quad , \alpha =$$

$$P_2 = \quad W, \quad \cos\alpha = \frac{P_2}{I_3 U_{32}} = \quad , \beta =$$

$$P = P_1 + P_2 = \quad W$$

Niedokładność pomiaru:

$$\frac{\Delta P}{P} =$$



