

Ćwiczenie 3

OBWODY JEDNOFAZOWE PRĄDU PRZEMIENNEGO

1. Wiadomości ogólne

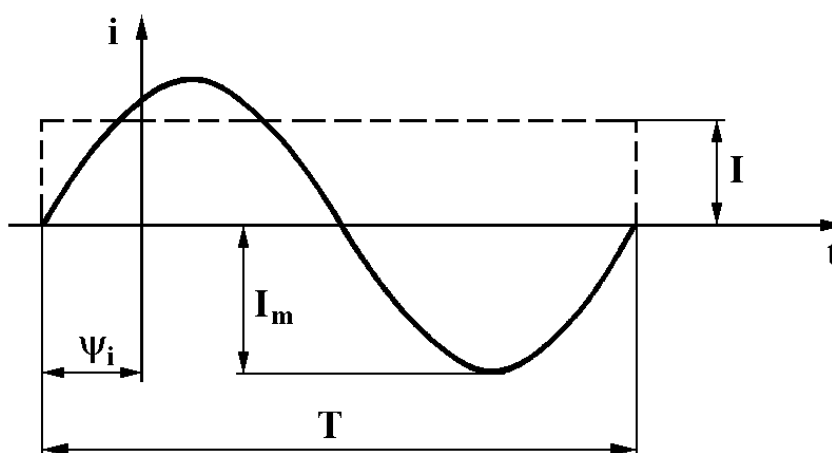
1.1. Wielkości opisujące prąd przemienny

Wielkości sinusoidalne są jednoznacznie określone przez trzy wielkości: amplitudę, pulsację i początkowy kąt fazowy. Równanie opisujące prąd zmieniający się sinusoidalnie ma postać:

$$i = I_m \sin(\omega t + \Psi_i) \quad (3.1)$$

gdzie: I_m - amplituda prądu,
 ω - pulsacja, $\omega = 2\pi f$,
 f - częstotliwość,
 t - czas,
 Ψ_i - faza początkowa.

Wykres $i = f(t)$ wynikający z zależności (3.1) przedstawia rys. 3.1.



Rys. 3.1. Wykres prądu zmieniającego się sinusoidalnie

Okres prądu, T jest to czas jednego cyklu.

$$T = \frac{1}{f}; \quad f = \frac{1}{T} \quad (1\text{Hz} = \frac{1}{\text{s}}) \quad (3.2)$$

Częstotliwość f jest to liczba cykli w jednostce czasu (w 1 sek).
W energetyce europejskiej $f = 50$ Hz.
W przebiegach sinusoidalnych wyróżnia się cztery różne wartości:

- i, u, e - wartości chwilowe,
- I_m, U_m, E_m - wartości maksymalne, amplitudy,
- I, U, E - wartości skuteczne,
- $I_{\text{sr}}, U_{\text{sr}}, E_{\text{sr}}$ - wartości średnie.

W obwodach prądu przemiennego najważniejszą wartością jest wartość skuteczna. W tych wartościach podawane są dane znamionowe odbiorników jak również te wartości mierzą mierniki elektromagnetyczne.

Wartość skuteczna jest to zastępczy prąd stały, który wytwarza tyle samo energii co prąd zmienny w tym samym czasie (rys. 3.1)

$$I^2 R T = \int_0^T i^2 R dt \quad (3.3)$$

Dla przebiegu sinusoidalnego:

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T I_m^2 \sin^2(\omega t + \psi_i) dt} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = 0,707 I_m \quad (3.4)$$

Wartość średnia prądu sinusoidalnego dla połowy okresu (dla całego okresu $I_{\text{sr}} = 0$) wynosi:

$$I_{\text{sr}} = \frac{1}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} i dt = \frac{2}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} I_m \sin(\omega t + \psi_i) dt = \frac{2}{\pi} I_m = 0,637 I_m \quad (3.5)$$

Współczynnik kształtu:

$$k_k = \frac{I}{I_{\text{sr}}} = \frac{\frac{I_m}{\sqrt{2}}}{\frac{2}{\pi} I_m} = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} = 1,11 \quad (3.6)$$

Przesunięcie fazowe napięcia u ,

$$u = U_m \sin(\omega t + \Psi_u) \quad (3.7)$$

względem prądu i (3.1) jest różnicą faz początkowych obu przebiegów;

$$\varphi = \Psi_u - \Psi_i \quad (3.8)$$

Kosinus kąta φ ($\cos\varphi$) - nazywa się współczynnikiem mocy.

Wartość współczynnika mocy $\cos\varphi$ jest warunkowana parametrami odbiornika (RLC).

1.2. Moc prądu przemiennego

W obwodach prądu sinusoidalnego, oprócz mocy czynnej P występuje jeszcze moc bierna Q oraz pozorna S .

Moc czynna

$$P = UI \cos\varphi, \text{ (W, kW, MW)}. \quad (3.9)$$

Moc bierna

$$Q = UI \sin \varphi, \text{ (var, kvar, Mvar).} \quad (3.10)$$

Moc pozorna

$$S = UI = \sqrt{P^2 + Q^2} \quad (3.11)$$

gdzie: U, I - wartości skuteczne napięcia i prądu,

φ - kąt przesunięcia fazowego pomiędzy napięciem a prądem.

Moc czynna P określa zdolność źródła prądu czy odbiornika do wykonywania określonej pracy. W odbiorniku moc ta jest związana z nieodwracalną przemianą energii elektrycznej na energię cieplną, mechaniczną, świetlną itp.

Moc bierna Q nie wytwarza pracy, lecz powoduje powstawanie i zanikanie pól magnetycznych lub elektrycznych. Moc ta pulsuje pomiędzy źródłem a odbiornikiem z częstotliwością dwukrotnie większą od częstotliwości napięcia, prądu.

Moc pozorna S zawierająca w sobie moc czynną P i bierną Q decyduje o stopniu obciążenia przewodów zasilających odbiornik czyli linii, którą ta moc jest przesyłana:

$$I = \frac{S}{U}. \quad (3.12)$$

1.3. Elementy idealne

1.3.1. Obwód z rezystancją R

Prąd sinusoidalny

$$i = I_m \sin \omega t,$$

przepływając przez rezystancję R (rys. 3.2a) wywołuje na niej napięcie u_R , które zgodnie z zależnościami:

$$u_R = i \cdot R, \quad (3.13)$$

$$u_R = I_m R \sin \omega t, \quad (3.14)$$

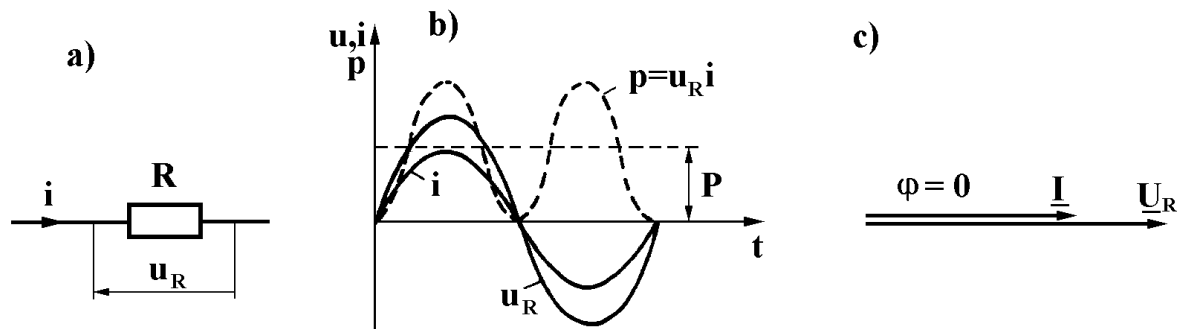
również jest sinusoidalne o tej samej pulsacji ω co i prąd. Wynika stąd, że napięcie na rezystancji R jest w fazie z prądem, czyli przesunięcie fazowe jest równe zero, $\varphi = 0$ (rys. 3.2b).

Wartość skuteczną napięcia określa zależność:

$$U_R = \frac{U_{mR}}{\sqrt{2}} = \frac{I_m \cdot R}{\sqrt{2}} = I \cdot R. \quad (3.15)$$

Moc czynna tracona w oporniku:

$$P = U_R I = I^2 R = \frac{U_R^2}{R}. \quad (3.16)$$



Rys. 3.2. Obwód z rezystancją R:

- schemat elektryczny,
- wykresy czasowe: napięcia u_R , prądu i oraz mocy $p = u_R \cdot i$,
- wykres wskazowy napięcia i prądu.

W odbiorniku o rezystancji R energia elektryczna zamienia się wyłącznie na energię cieplną zgodnie z prawem Joule'a.

1.3.2. Obwód z indukcyjnością L

Przypadek bardzo trudny do realizacji gdyż cewka wykonana jest z drutu o skończonej rezystywności i skończonych wymiarach geometrycznych.

Do rozważań często zakłada się, że $R = 0$.

Prąd przemienny

$$i = I_m \sin \omega t$$

wytwarza wewnątrz cewki przemienny strumień magnetyczny, który indukuje w zwojach cewki siłę elektromotoryczną samoindukcji

$$e_s = -L \frac{di}{dt}, \quad (3.17)$$

gdzie: L - indukcyjność własna cewki, H.

Siła elektromotoryczna samoindukcji e_s jest skierowana przeciwnie do przyłożonego do cewki napięcia i przeciwdziała płynącemu prądowi i (rys. 3.3b),

$$u_L = -e_s = L \frac{d}{dt} (I_m \sin \omega t). \quad (3.18)$$

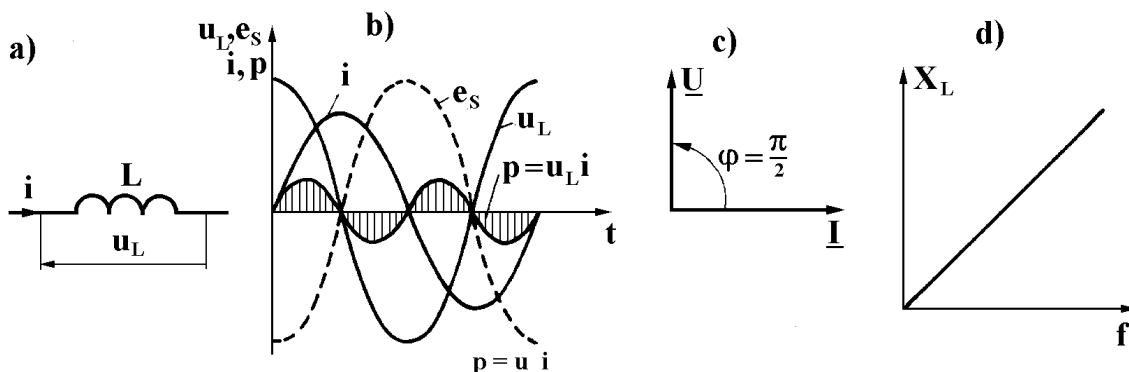
Po wykonaniu działań matematycznych otrzymuje się:

$$u_L = \omega L I_m \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right). \quad (3.19)$$

Wynika stąd, że napięcie na cewce wyprzedza prąd o kąt $\frac{\pi}{2}$ ($\varphi = +\frac{\pi}{2}$).

Iloczyn ωL nazywa się reaktancją cewki, którą oznacza się przez X_L :

$$X_L = \omega L = 2\pi f L. \quad (3.20)$$



Rys. 3.3. Obwód z indukcyjnością L :

- a) schemat elektryczny,
- b) wykresy czasowe: i ; u_L ; e_s ; $p = u_L \cdot i$,
- c) wykres wskazowy prądu i napięcia,
- d) wykres $X_L = f(f)$ przy indukcyjności $L = \text{const.}$

Wartość skuteczną napięcia określa zależność:

$$U_L = \frac{U_m}{\sqrt{2}} = X_L \frac{I_m}{\sqrt{2}} = I \cdot X_L. \quad (3.21)$$

Z uwagi na brak rezystancji R w cewce idealnej, nie wydziela się w niej ciepło.
Moc bierna

$$Q_L = U_L \cdot I = I^2 X_L, \quad (3.22)$$

określa energię wytwarzanego w cewce przemiennego pola magnetycznego.
Pulsuje ona pomiędzy źródłem a cewką z częstotliwością dwukrotnie większą od częstotliwości napięcia zasilającego (rys. 3.3b).

1.3.3. Obwód z pojemnością C

Kondensator posiada tylko pojemność C jeżeli rezystancja dielektryka oddzielającego metalowe okładziny jest nieskończenie wielka.

Kondensatory spotykane w praktyce mają bardzo duże R i dlatego są bardzo zbliżone do idealnych.

Dla prądu stałego napięcie U_C , ładunek Q i pojemność C powiązane są zależnością:

$$Q = C \cdot U. \quad (3.23)$$

Jeżeli napięcie na kondensatorze zmienia się sinusoidalnie,

$$u_C = U_m \sin \omega t, \quad (3.24)$$

to zgodnie z zależnością (3.23) analogicznie zmienia się ładunek

$$q = C u_c = C U_m \sin \omega t. \quad (3.25)$$

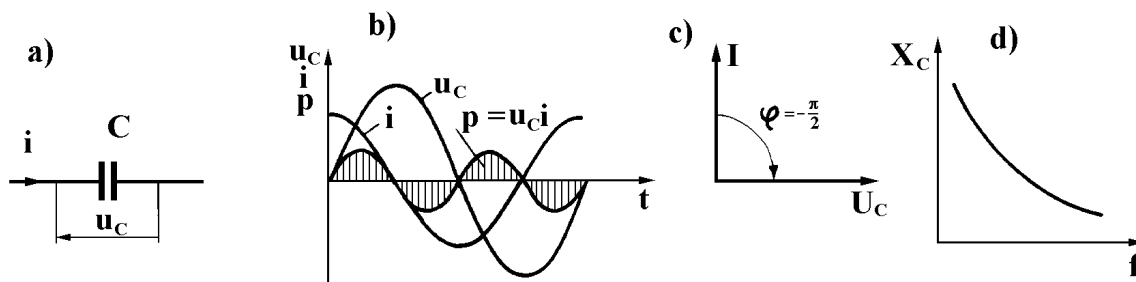
Prąd w obwodzie może być opisany zależnością:

$$i = \frac{dq}{dt} = \frac{d}{dt}(C U_m \sin \omega t). \quad (3.26)$$

Po wykonaniu działań matematycznych otrzymuje się:

$$i = \omega C U_m \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right). \quad (3.27)$$

Z zależności (3.27) wynika, że prąd płynący w tym obwodzie wyprzedza napięcie na kondensatorze o kąt $\frac{\pi}{2}$ ($\varphi = -\frac{\pi}{2}$).



Rys. 3.4. Obwód z indukcyjnością C :

- schemat elektryczny,
- wykresy czasowe: u_c ; i ; $p = u_c \cdot i$,
- wykres wskazowy napięcia i prądu,
- wykres $X_c = f(f)$ przy pojemności $C = \text{const}$.

Reaktancja kondensatora wynosi:

$$X_c = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C}. \quad (3.28)$$

Dla uzyskania X_c w $[\Omega]$, częstotliwość f podstawiać należy w $[\text{Hz}]$, natomiast pojemność C w $[\text{F}]$, ($1 \text{ F} = 10^6 \mu\text{F}$).

Wartość skuteczną prądu wyraża zależność:

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = \frac{1}{X_c} \frac{U_m}{\sqrt{2}} = \frac{U_c}{X_c}. \quad (3.29)$$

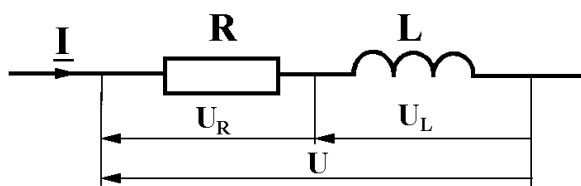
W kondensatorze idealnym nie występuje zamiana energii elektrycznej na ciepło ($P = 0$), natomiast wyrażenie na Q_c (moc pojemnościowa):

$$Q_c = U_c I = I^2 X_c, \quad (3.30)$$

określa energię wytwarzanego w kondensatorze przemiennego pola elektrycznego. Pulsuje ona pomiędzy źródłem a kondensatorem z częstotliwością dwukrotnie większą jak częstotliwość napięcia zasilającego.

1.4. Cewka rzeczywista

Cewkę rzeczywistą posiadającą oprócz indukcyjności L rezystancję R zastępuje się w obwodach elektrycznych szeregowym połączeniem elementów idealnych R i L (rys. 3.5).



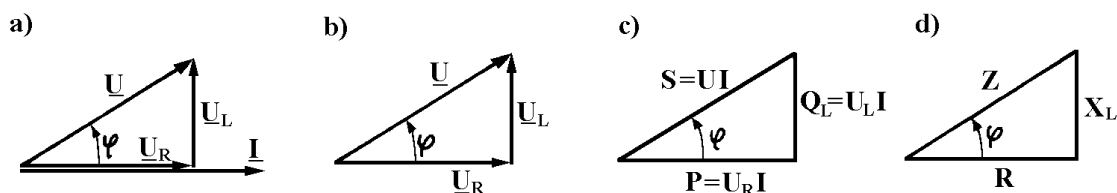
Rys. 3.5. Schemat zastępczy cewki rzeczywistej

Na rys. 3.5. zaznaczono wartości skuteczne prądu i napięcia gdyż takie wartości wskazują mierniki elektryczne.

Na elementach idealnych R i X_L powstają napięcia:

$$U_R = I R \quad \text{oraz} \quad U_L = I X_L .$$

Wykres wskazowy rozpatrywanego obwodu przedstawia rys. 3.6a.



Rys. 3.6. Połączenie szeregowo RL:

- a) wykres wskazowy prądu i napięć,
- b) trójkąt napięć, c) trójkąt mocy, d) trójkąt oporów.

Przy połączeniu szeregowym różnych oporów, wykres wskazowy zaczynamy rysować od prądu, gdyż jest on wspólny dla całego obwodu (wskaz podstawowy).

Zgodnie z p. 1.3.1 napięcie U_R jest w fazie z prądem I a napięcie U_L zgodnie z p. 1.3.2 wyprzedza prąd I o kąt $\pi/2$. Napięcie zasilające U jest sumą geometryczną napięć U_R i U_L . Kąt φ zawarty między napięciem U a prądem I jest przesunięciem fazowym. Jak wynika z wykresu wskazowego (rys. 3.6a) napięcia U_R , U_L i U tworzą trójkąt prostokątny zwany trójkątem napięć (rys. 3.6b). Jeżeli wartości skuteczne napięć, których wektory tworzą trójkąt napięć, pomnożymy lub podzielimy przez wartość skuteczną prądu, otrzymamy odpowiednio

trójkąt mocy (rys. 3.6c) oraz trójkąt oporów (rys. 3.6d). Z trójkątów: napięcie, mocy i oporów otrzymuje się zależności:

Impedancja,

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2}. \quad (3.31)$$

Prawo Ohma dla prądu przemiennego;

$$I = \frac{U}{Z}; \quad U = I \cdot Z; \quad Z = \frac{U}{I}. \quad (3.32)$$

Moc czynna,

$$P = U_R I = I^2 R = UI \cos \varphi, \quad [W]. \quad (3.33)$$

Moc bierna,

$$Q_L = U_L I = I^2 X_L = UI \sin \varphi, \quad [\text{var}]. \quad (3.34)$$

Moc pozorna,

$$S = UI = I^2 Z = \sqrt{P^2 + Q_L^2}, \quad [V \cdot A].$$

Moc czynna P - nagrzewa cewkę, moc bierna Q_L określa energię wytwarzanego w cewce przemiennego pola magnetycznego, natomiast moc pozorna S - określa obciążenie sieci zasilającej.

Współczynnik mocy $\cos \varphi$:

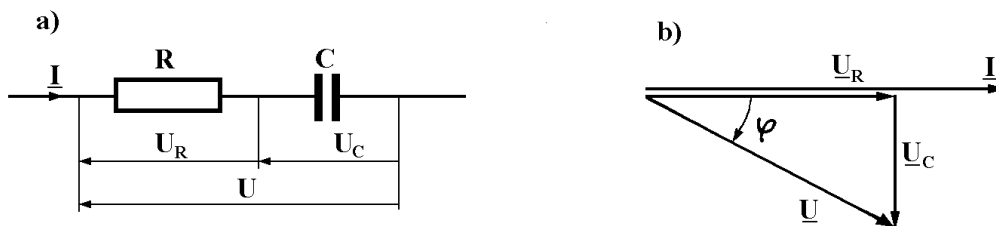
$$\cos \varphi = \frac{R}{Z} = \frac{U_R}{U} = \frac{P}{S}. \quad (3.36)$$

Obciążenie sieci przez odbiornik zawierający R i X_L nazywamy obciążeniem czynno-indukcyjnym,

$$0 < \varphi < \frac{\pi}{2}.$$

1.5. Połączenie szeregowe RC

Schemat elektryczny połączenia oraz wykres wskazowy prądu i napięć przedstawia rys. 3.7.



Rys. 3.7. Szeregowe połączenie opornika R i kondensatora C :

a) schemat elektryczny,

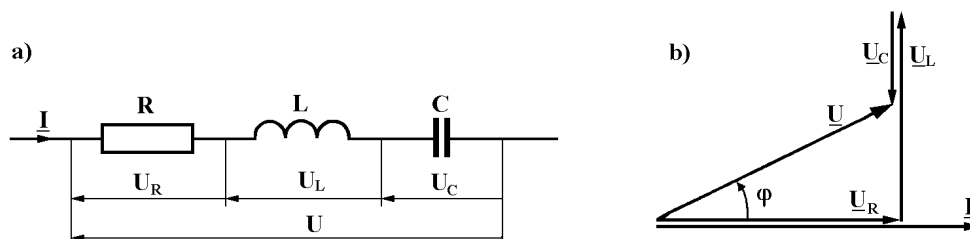
b) wykres wskazowy prądu i napięć

Dla tego połączenia zależności są analogiczne jak dla połączenia szeregowego RL (indeks „L” zamienia się na indeks „C”).

Obciążenie sieci przez odbiornik zawierający RC nazywa się obciążeniem czynno-pojemnościowym.

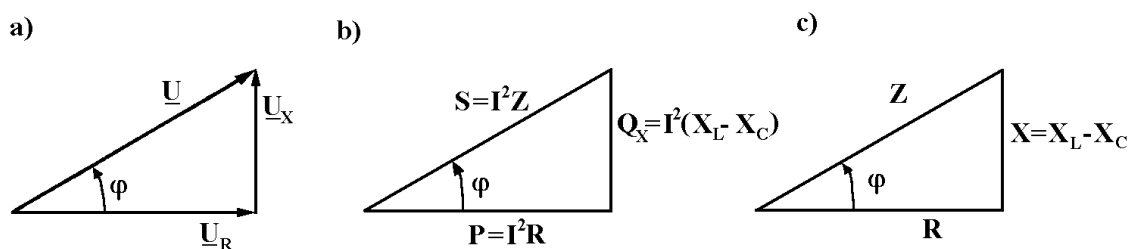
1.6. Szeregowe połączenie elementów idealnych RLC

Schemat elektryczny połączenia oraz wykres wskazowy prądu i napięć przedstawia rys. 3.8.



Rys. 3.8. Szeregowe połączenie elementów idealnych RLC:
 a) schemat elektryczny,
 b) wykres wskazowy prądu i napięć przy założeniu, że $X_L > X_C$

Analogicznie jak w p. 1.4 otrzymuje się trójkąty: napięć, mocy i oporów (rys. 3.9).



Rys. 3.9. Szeregowe połączenie elementów RLC:
 a) trójkąt napięć, c) trójkąt mocy, d) trójkąt oporów.

Impedancja:

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} \quad (3.37)$$

Prawo Ohma:

$$I = \frac{U}{Z}; \quad U = I \cdot Z; \quad Z = \frac{U}{I}.$$

Moc czynna:

$$P = I^2 R = U_R \cdot I = UI \cos \varphi.$$

Moc bierna:

$$Q = I^2 (X_L - X_C) = I(U_L - U_C) = UI \sin \varphi. \quad (3.38)$$

Moc pozorna:

$$S = I^2 \cdot Z = U \cdot I.$$

Współczynnik mocy:

$$\cos \varphi = \frac{R}{Z} = \frac{U_R}{U} = \frac{P}{S}.$$

W przypadku jeżeli $X_L > X_C$ układ posiada charakter obciążenia czynno-indukcyjny, natomiast jeżeli $X_C > X_L$ - czynno-pojemnościowy.

1.7. Rezonans napięć

Rezonans napięć występuje w połączeniu szeregowym RLC.

Warunek rezonansu:

$$X_L = X_C . \quad (3.39)$$

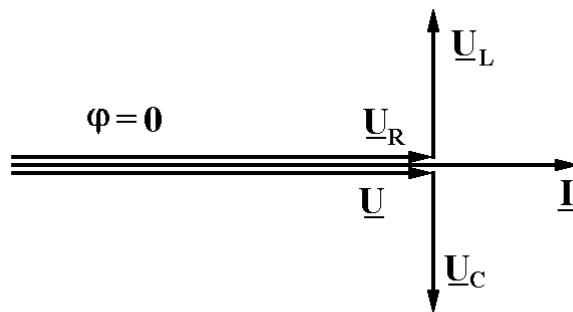
Z uwagi na zależności:

$$X_L = 2 \pi f L \quad \text{oraz} \quad X_C = \frac{1}{2 \pi f C} ,$$

przy danych L i C rezonans napięć zachodzi tylko dla jednej częstotliwości, która nazywa się częstotliwością rezonansową

$$f_r = \frac{1}{2 \pi \sqrt{LC}} . \quad (3.40)$$

Układ RLC, w którym $X_C > X_L$ można doprowadzić do rezonansu napięć (przy stałej częstotliwości f) przez zmianę indukcyjności L. Łatwo uzyskuje się to wprowadzając do wnętrza cewki rdzeń ferromagnetyczny.



Rys. 3.10. Wykres wskazowy prądu i napięć dla szeregowego połączenia RLC w którym występuje rezonans napięć

Wówczas impedancja:

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = R . \quad (3.41)$$

Prąd w obwodzie warunkowany jest tylko rezystancją R,

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{U}{R} . \quad (3.42)$$

Jeżeli $X_L = X_C > R$ to na reaktancjach występują wyższe spadki napięcia od napięcia zasilającego.

$$U_L = U_C = I X_L = I X_C > U = U_R = I R \quad (3.43)$$

Układ taki pobiera z sieci tylko moc czynną P ($\cos \varphi = 1$),

$$P = U I \cos \varphi = U I, \quad (3.44)$$

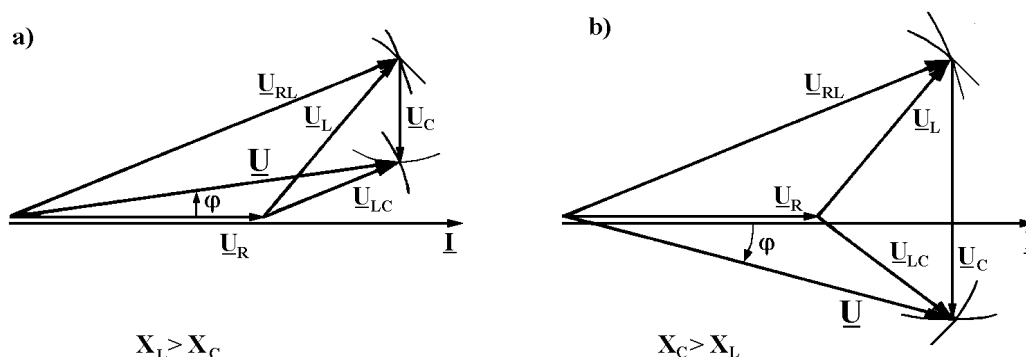
natomiast moc bierna

$$Q_L = U_L I \quad \text{lub} \quad Q_C = U_C I,$$

odpowiada energii, która pulsuje (przeływa) między cewką a kondensatorem.

1.8. Szeregowe połączenie opornika, cewki rzeczywistej i kondensatora

Wykres wskazowy prądu i wartości napięć: U_R , U_L i U_C na oporniku, cewce i na kondensatorze oraz sumy napięć: U_{RL} - na oporniku i cewce oraz U_{LC} - na cewce i kondensatorze przedstawia rys. 3.11.



Rys. 3.11. Wykres wskazowy prądu i napięć szeregowego połączenia opornika, cewki rzeczywistej i kondensatora

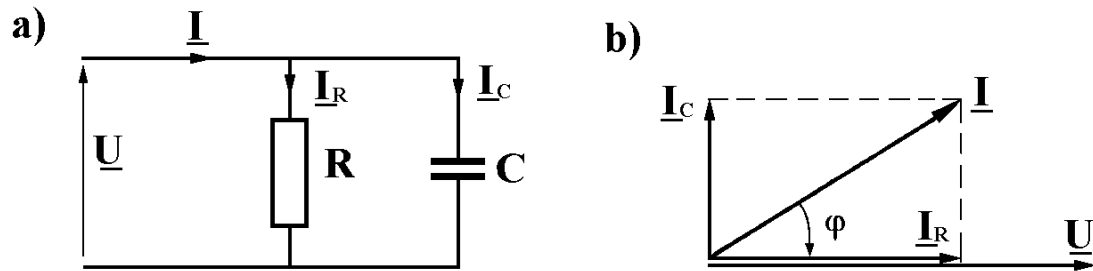
Napięcie U_L na zaciskach cewki rzeczywistej, ze względu na jej rezystancję R_L i reaktancję X_L , wyprzedza prąd I o kąt mniejszy od $\pi/2$.

Przy rysowaniu wykresów wskazowych (rys. 3.11) należy pamiętać że:

$$\begin{aligned} \underline{U}_R + \underline{U}_L &= \underline{U}_{RL} \\ \underline{U}_L + \underline{U}_C &= \underline{U}_{LC} \\ \underline{U}_R + \underline{U}_L + \underline{U}_C &= \underline{U} \end{aligned}$$

Obwód szeregowy składający się z opornika, cewki rzeczywistej i kondensatora o wykresie wskazowym (rys. 3.11a) posiada czynno-indukcyjny charakter obciążenia (napięcie U wyprzedza prąd I o kąt φ), natomiast o wykresie wskazowym (rys. 3.11b) posiada czynno-pojemnościowy charakter obciążenia (napięcie U opóźnia się względem prądu I o kąt φ).

1.9. Połączenie równoległe RC



Rys. 3.12. Połączenie równoległe opornika R i kondensatora C :
a) schemat elektryczny, b) wykres wskazowy napięcia i prądów

Na obu elementach R i C występuje to samo napięcie U (wskaz podstawowy), zatem prądy I_R i I_C można wyznaczyć z zależności:

$$I_R = \frac{U}{R} \quad \text{oraz} \quad I_C = \frac{U}{X_C}. \quad (3.45)$$

Przy połączeniu równoległym wykres wskazowy należy zacząć rysować od napięcia U , które jest wspólne dla wszystkich prądów. Prąd I_R jest w fazie z napięciem U , natomiast prąd I_C wyprzedza napięcie U o kąt $\pi/2$. Prąd I pobierany przez obwód jest sumą geometryczną prądów I_R i I_C :

$$I = \sqrt{I_R^2 + I_C^2}. \quad (3.46)$$

Współczynnik mocy na podstawie wykresu wskazowego (rys. 3.12b),

$$\cos \varphi = \frac{I_R}{I}. \quad (3.47)$$

Moc czynna:

$$P = U \cdot I_R = I_R^2 R = UI \cos \varphi. \quad (3.48)$$

Moc bierna:

$$Q_C = UI_C = I_C^2 X_C = UI \sin \varphi. \quad (3.49)$$

Moc pozorna:

$$S = UI = \sqrt{P^2 + Q_C^2}. \quad (3.50)$$

1.10. Poprawa współczynnika mocy $\cos \varphi$

Odbiorniki energii elektrycznej, takie jak silniki prądu zmiennego, piece indukcyjne, posiadają czynno-indukcyjny charakter obciążenia, a więc pobierają z sieci moc czynną P :

$$P = UI \cos \varphi,$$

niezbędną do wykonania pracy i pokrycia strat mocy w samym urządzeniu, oraz moc bierną Q_L :

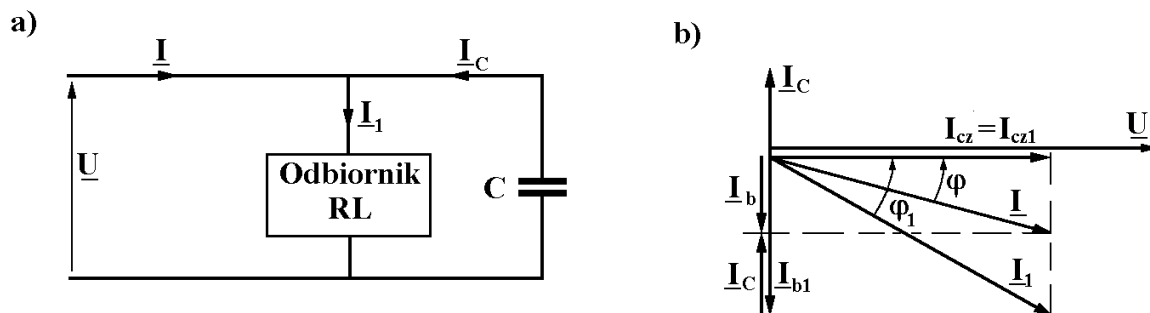
$$Q_L = UI \sin \varphi,$$

wytwarzającą w tych urządzeniach pole magnetyczne warunkujące ich działanie.

Moc pozorna S zawierająca w sobie moc czynną P i bierną Q_L ,

$$S = UI = \sqrt{P^2 + Q_L^2}$$

decyduje o obciążeniu sieci elektrycznej. Moc czynna musi być dostarczona ze źródła do odbiornika, natomiast moc bierna potrzebna odbiornikowi, może być dostarczona z kondensatora, który włącza się równolegle do odbiornika (rys. 3.13).



Rys. 3.13. Odbiornik o czynno-indukcyjnym obciążeniu z kompensacją mocy biernej:

a) schemat elektryczny, b) wykres wskazowy

Przed dołączeniem kondensatora C odbiornik pobiera z sieci prąd I_1 przy współczynniku mocy $\cos\varphi_1$ (rys.3.13b).

$$\cos\varphi_1 = \frac{P}{S_1} = \frac{P}{UI_1} \quad (3.51)$$

Składowa czynna I_{cz1} , prądu I_1 :

$$I_{cz1} = I_1 \cos\varphi_1 \quad (3.52)$$

Składowa bierna I_{b1} prądu I_1 :

$$I_{b1} = I_1 \sin\varphi_1 \quad (3.53)$$

Po dołączeniu kondensatora moc czynna nie ulega zmianie, ponieważ kondensator posiada praktycznie tylko pojemność C ,

$$I_{cz} = I_{cz1}.$$

Składowa bierna I_b prądu I (rys. 3.13b) będzie obecnie różnicą prądu biernego I_{b1} i prądu I_C płynącego przez kondensator:

$$I_C = \frac{U}{X_C},$$

$$I_b = I_{b1} - I_C = I_1 \sin\varphi_1 - \frac{U}{X_C} \quad (3.54)$$

Współczynnik mocy jaki stanowi układ odbiornik i kondensator wyniesie:

$$\cos\varphi = \frac{I_{cz}}{I} = \frac{I_{cz}}{\sqrt{I_{cz}^2 + I_b^2}}.$$

Moc pozorna

$$S = U \cdot I.$$

Z powyższych zależności i wykresu wskazowego (rys. 3.13b) wynika, że przyłączenie równoległe kondensatora o odpowiedniej pojemności C do odbiornika o czynno-indukcyjnym charakterze obciążenia, zmniejsza prąd pobierany ($\cos\varphi$ - rośnie). Można zatem kosztem kompensacji mocy biernej przy odbiorniku, przesyłać linią elektryczną dodatkową moc czynną. Pojemność kondensatora, jaką należy przyłączyć równoległe do odbiornika RL o mocy czynnej P i współczynniku mocy $\cos\varphi_1$, by poprawić współczynnik mocy do wartości $\cos\varphi_2$, można również wyznaczyć bezpośrednio z zależności:

$$C = \frac{P}{\omega U^2} (\operatorname{tg}\varphi_1 - \operatorname{tg}\varphi_2), \quad (3.55)$$

gdzie: C - pojemność kondensatora, F,
 U - wartość skuteczna napięcia zasilającego, V,
 P - moc czynna odbiornika, W,
 $\omega = 2\pi f$ - pulsacja napięcia zasilającego, rad/s,
 f - częstotliwość napięcia zasilającego, Hz,
 $\varphi_1; \varphi_2$ - przesunięcia fazowe pomiędzy napięciem zasilającym a prądem wypadkowym przed i po kompensacji.

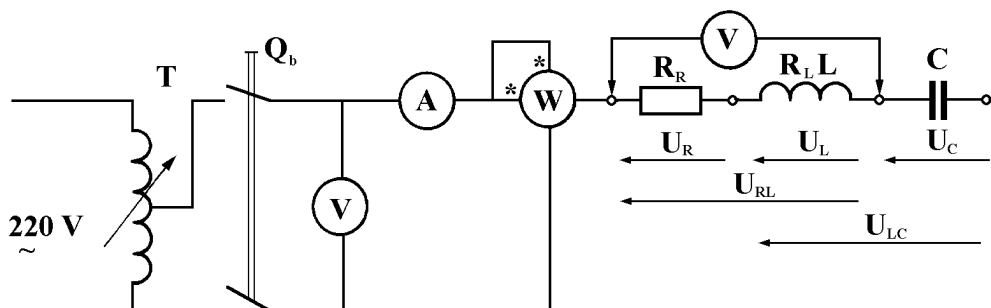
2. Wykonanie ćwiczenia

Część praktyczna ćwiczenia obejmuje:

- pomiary w układzie szeregowym RLC,
- pomiary w układzie szeregowym RLC w stanie rezonansu,
- pomiary w układzie równoległym RC,
- pomiary w układzie mieszanym RC,
- poprawa współczynnika mocy $\cos\varphi$.

2.1. Pomiary w układzie szeregowym RLC

Połączyć układ pomiarowy zgodnie ze schematem przedstawionym na rys. 3.14.



Rys. 3.14. Układ pomiarowy do badania obwodu szeregowego RLC

Pomiary wykonać dla jednej wartości napięcia U zasilającego układ, nastawionego autotransformatorem AT (wartość napięcia U podaje prowadzący zajęcia). Pomiarów napięć U_R , U_L , U_C na elementach obwodu, jak też sumy napięć U_{RL} na oporniku i na cewce oraz U_{LC}

na cewce i kondensatorze, dokonać woltomierzem V_1 zaopatrzonym w przewody z bezpiecznymi końcówkami.

Cewka indukcyjna stosowana w ćwiczeniu jest cewką rzeczywistą posiadającą indukcyjność L i rezystancję R_L .

Wyniki pomiarów i obliczeń zestawić w tabeli 3.1.

Tabela 3.1.

Pomiary								Obliczenia								
U	I	P	U_R	U_L	U_C	U_{RL}	U_{LC}	Z	R_R	X_C	C	Z_L	R_L	X_L	L	$\cos\varphi$
V	A	W	V	V	V	V	V	Ω	Ω	Ω	μF	Ω	Ω	Ω	H	-

W obliczeniach korzystać z zależności:

$$Z = \frac{U}{I}; \quad R_R = \frac{U_R}{I}; \quad X_C = \frac{U_C}{I}; \quad C = \frac{1 \cdot 10^6}{2\pi f X_C}; \quad Z_L = \frac{U_L}{I};$$

$$R_L = \frac{P}{I^2} - R_R; \quad X_L = \sqrt{Z_L^2 - R_L^2}; \quad L = \frac{X_L}{2\pi f}; \quad \cos\varphi = \frac{P}{U \cdot I}.$$

Na podstawie pomiarów, zgodnie z p. 1.8, narysować wykres wskazowy z uwzględnieniem wszystkich zmierzonych napięć.

Na podstawie wykresu wskazowego należy:

- ustalić charakter obciążenia obwodu (czynny, czynno-indukcyjny, czynno-pojemnościowy),
- porównać wartość napięcia U otrzymaną z sumy $\underline{U}_R + \underline{U}_L + \underline{U}_C$ z wartością pomierzona.

2.2. Pomiary w układzie szeregowym RLC w stanie rezonansu

W układzie przedstawionym na rys. 3.14 przyłączyć na stałe woltomierze do pomiarów napięć na oporniku U_R , na cewce U_L i na kondensatorze U_C .

Za pomocą autotransformatora nastawić podaną przez prowadzącego zajęcia wartość napięcia zasilającego układ.

Sprawdzić, czy jest spełniony warunek $X_C > X_L$ (możliwa jest zmiana liczby zwojów cewki jak też pojemności kondensatora).

Dokonać odczytów z przyrządów przed wprowadzeniem rdzenia ferromagnetycznego do cewki i po doprowadzeniu obwodu do stanu rezonansu napięć.

W stanie rezonansu, przy stałej wartości napięcia zasilającego, prąd w obwodzie uzyskuje największą wartość

$$I = I_{\max} = \frac{U}{Z} = \frac{U}{R}$$

Uwaga: W czasie pomiarów prąd w obwodzie nie może przekroczyć prądu znamionowego cewki i prądu znamionowego opornika.

Wyniki pomiarów i obliczeń zestawić w tabeli 3.2.

Tabela 3.2.

Lp.	Pomiary						Obliczenia						
	U V	I A	P W	U _R V	U _L V	U _C V	Z Ω	R Ω	X _L Ω	L H	X _C Ω	C μF	cos φ -
1													
2													

W obliczeniach korzystać z zależności podanych w p. 2.1.

Rezystancja R zamieszczona w tabeli 3.2 jest rezystancją wypadkową obwodu:

$$R = R_R + R_L = \frac{P}{I^2}.$$

Narysować wykresy wskazowe dla obu przypadków.

Przy rysowaniu wykresów wskazowych stosować kolejność

$$(\underline{U}_R + \underline{U}_C) + \underline{U}_L = \underline{U}$$

ponieważ napięcie U_R jest w fazie z prądem I, napięcie U_C opóźnia się względem prądu I o kąt $\pi/2$ a końce wskazów napięcia U_L i napięcia zasilającego U muszą mieć wspólny punkt.

Na podstawie pomiarów, obliczeń i wykresów wskazowych należy:

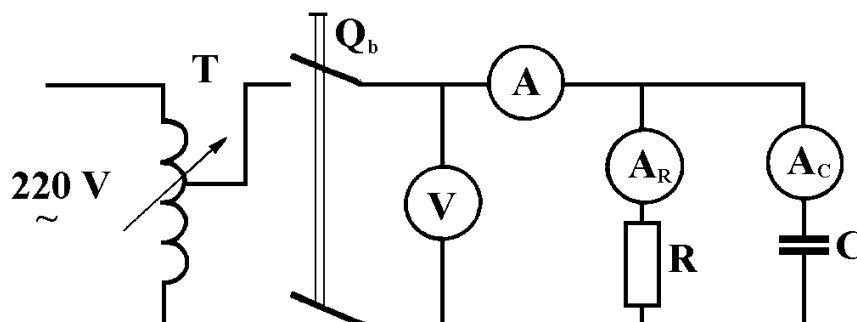
- przeprowadzić dyskusję wartości napięć na cewce i na kondensatorze w stosunku do wartości napięcia zasilającego, przed i w czasie rezonansu,
- dla stanu rezonansu napięć, obliczyć częstotliwość rezonansową z zależności,

$$f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

i porównać ją z częstotliwością sieciową (50 Hz).

2.3. Pomiary w układzie równoległym RC

Połączyć układ jak na rys. 3.15.



Źys. 3.15. Układ pomiarowy do badania obwodu równoległego RC

Dla jednej wartości napięcia zasilającego U nastawionego autotransformatorem AT odczytać wskazania mierników, notując wyniki pomiarów i obliczeń w tabeli 3.3.

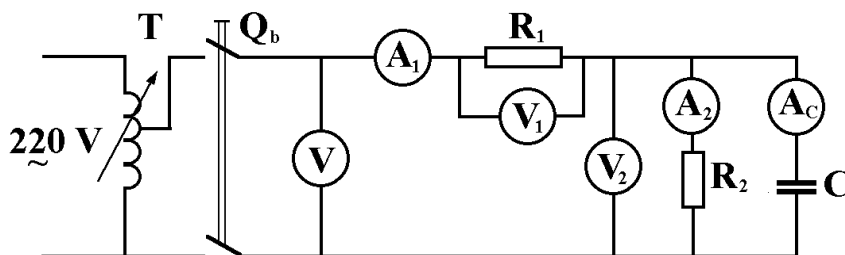
Tabela 3.3.

Pomiary				Obliczenia					
U	I	I_R	I_C	R	X_C	$\cos\varphi$	P	Q	S
V	A	A	A	Ω	Ω	-	W	var	V·A

W obliczeniach korzystać z zależności podanych w p. 1.9.
Narysować wykres wskazowy w skali.

2.4. Pomiary w układzie mieszanym RC

Połączyć układ pomiarowy zgodnie ze schematem przedstawionym na rys. 3.16.



Rys. 3.16. Układ pomiarowy do badania połączenia mieszanego RC

Dla jednej wartości napięcia zasilającego U nastawionego autotransformatorem AT odczytać wskazania mierników notując wyniki pomiarów i obliczeń w tabeli 3.4.

Tabela 3.4.

Pomiary						Obliczenia
U	I_1	V_1	V_2	I_2	I_3	$\cos\varphi$
V	A	V	V	A	A	-

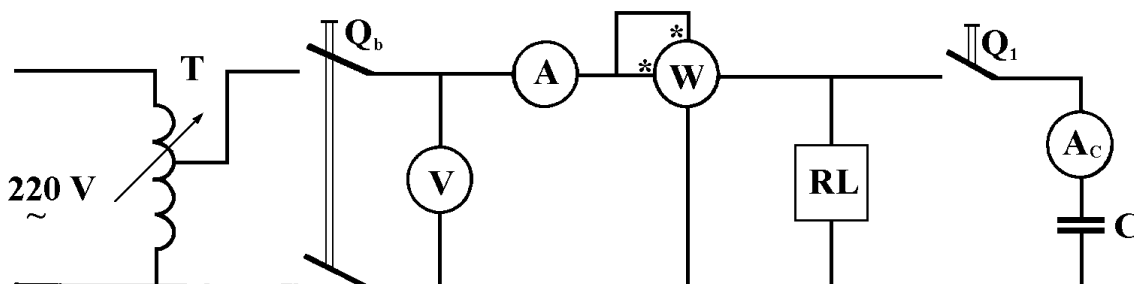
Na podstawie wyników pomiarów narysować wykres wskazowy w skali i korzystając z twierdzenia cosinusów obliczyć współczynnik mocy $\cos\varphi$ układu (obliczenia zamieścić w sprawozdaniu).

Uwaga: Rysowanie wykresu wskazowego należy zaczynać od napięcia U_2 .

2.5. Poprawa współczynnika mocy $\cos\varphi$

W ćwiczeniu, jako odbiornik o obciążeniu czynno-indukcyjnym, będzie wykorzystana cewka indukcyjna.

Układ pomiarowy połączyć według schematu przedstawionego na rys. 3.17.



Rys. 3.17. Schemat połączeń układu do poprawy współczynnika mocy

Dla jednej wartości napięcia zasilającego U (wartość napięcia U ustalić z prowadzącym zajęcia) wykonać po jednym punkcie pomiarowym dla przypadków:

- odbiornik RL bez kompensacji,
- odbiornik RL z kompensacją.

Wyniki pomiarów i obliczeń zestawić w tabeli 3.5.

Tabela 3.5.

Układ	Pomiary					Obliczenia	
	U	I	P	I_{RL}	I_C	S	$\cos\varphi$
	V	A	W	A	A	V·A	-
bez kompensacji							
z kompensacją							

W obliczeniach korzystać z zależności podanych w p. 1.10.

Narysować wykres wskazowy w skali ujmujący oba przypadki.

Obliczyć pojemność kondensatora, która włączona równoległe do cewki poprawi

współczynnik mocy $\cos\varphi$ układu cewka - kondensator do $\cos\varphi = 1$, korzystając z zależności:

$$I_C = I_{bL} = I \sin\varphi$$

gdzie: I_{bL} - składowa bierna prądu $I_{RL} = I$ cewki (pomiar bez kompensacji),

$$X_C = \frac{U}{I_C}; \quad C = \frac{1 \cdot 10^6}{2\pi f X_C} \quad [\mu F]$$

2.6. Wykaz przyrządów i aparatów

Należy, zgodnie z wytycznymi podanymi w części ogólnej skryptu podać wszystkie przyrządy pomiarowe, urządzenia i aparaty wykorzystywane w ćwiczeniu.

Zagadnienia do samodzielnego opracowania

1. Parametry prądu przemiennego: okres, częstotliwość, pulsacja, przesunięcie fazowe.
2. Wartość skuteczna prądu: definicja, interpretacja graficzna oraz związek tej wartości z amplitudą dla przebiegu sinusoidalnego.
3. Reaktancja cewki i kondensatora: wyrażenia, jednostki wielkości składowych, wykresy tych reaktancji w funkcji częstotliwości.
4. Wykres wskazowy prądu i napięć szeregowego połączenia opornika, kondensatora i cewki rzeczywistej (na podstawie pomiarów p. 2.1).
5. Rezonans napięć: obwód w jakim może wystąpić, warunek rezonansu, częstotliwość rezonansowa, warunek wystąpienia wyższych napięć w obwodzie od napięcia zasilającego.
6. Sposoby doprowadzania obwodu szeregowego RLC do rezonansu przy stałej częstotliwości.
7. Wykres wskazowy prądu i napięć dla szeregowego połączenia RLC w stanie rezonansu (zgodnie z pomiarami).
8. Moc czynna P i bierna Q_L cewki rzeczywistej: wyrażenia, jednostki, sens fizyczny oraz inne różnice między tymi mocami.
9. Wykres $I = f(f)$ dla szeregowego połączenia opornika o rezystancji R i kondensatora o pojemności C , jeżeli wartość skuteczna napięcia zasilającego U jest stała.
10. Wykres $I = f(f)$ dla cewki rzeczywistej bezrdzeniowej, jeżeli wartość skuteczna napięcia zasilającego U jest stała
11. Wykres wskazowy napięcia i prądów dla połączenia równoległego opornika i kondensatora.
12. Wykres wskazowy napięć i prądów dla połączenia mieszanego elementów RC (zgodnie z pomiarami).
13. Poprawa współczynnika mocy $\cos\varphi$ odbiornika o czynno-indukcyjnym charakterze obciążenia: sposób, cel poprawy, interpretacja graficzna poprawy $\cos\varphi$ na wykresie wskazowym.

Literatura [10, 13, 15, 16]