



# Prawo autorskie

Niniejsze materiały podlegają ochronie zgodnie z **Ustawą o prawie autorskim i prawach pokrewnych** (Dz.U. 1994 nr 24 poz. 83 z późniejszymi zmianami).

Materiał te udostępniam **do celów dydaktycznych** jako materiały pomocnicze do wykładu z przedmiotu Metrologia prowadzonego dla studentów Wydziału Elektrotechniki i Informatyki Politechniki Lubelskiej. Mogą z nich również korzystać inne osoby zainteresowane metrologią. Do tego celu materiały te można **bez ograniczeń przeglądać, drukować i kopiować wyłącznie w całości**.

Wykorzystywanie tych materiałów bez zgody autora w inny sposób i do innych celów niż te, do których zostały udostępnione, **jest zabronione**.

W szczególności **niedopuszczalne jest**: usuwanie nazwiska autora, edytowanie treści, kopiowanie fragmentów i wykorzystywanie w całości lub w części do własnych publikacji.

Eligiusz Pawłowski

## Uwagi dydaktyczne

Niniejsza prezentacja stanowi **tylko i wyłącznie materiały pomocnicze** do wykładu z przedmiotu Metrologia prowadzonego dla studentów Wydziału Elektrotechniki i Informatyki Politechniki Lubelskiej. Udostępnienie studentom tej prezentacji nie zwalnia ich z konieczności sporządzania **własnych notatek z wykładów** ani też nie zastępuje **samodzielnego studiowania** obowiązujących podręczników.

Tym samym zawartość niniejszej prezentacji w szczególności **nie może być** traktowana jako zakres materiału obowiązujący na egzaminie.

Na egzaminie obowiązujący jest **zakres materiału faktycznie wyłożony podczas wykładu** oraz zawarty w odpowiadających mu fragmentach **podręczników** podanych w wykazie literatury do wykładu.

Eligiusz Pawłowski

# Tematyka wykładu

**Techniczna metoda pomiaru rezystancji**

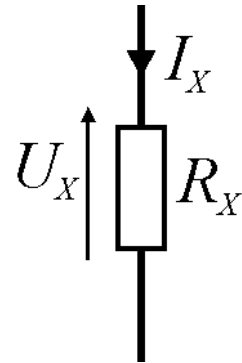
**Dwójniki liniowe i nieliniowe**

**Rezystancja statyczna i dynamiczna**

**Pomiary rezystancji wspomagane komputerem**

**Pomiary rezystancji izolacji, uziemień, impedancji pętli zwarciowej**

## Techniczna metoda pomiaru rezystancji

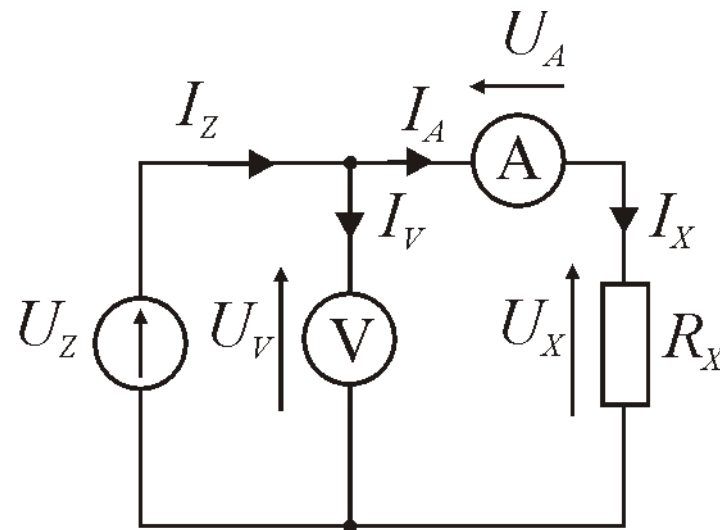


$$R_X = \frac{U_X}{I_X}$$

**Techniczna metoda pomiaru rezystancji** polega na zmierzeniu napięcia  $U_X$  i natężenia prądu  $I_X$  w danym dwójniku. Rezystancję  $R_X$  dwójnika oblicza się następnie na podstawie prawa Ohma.

**Problemem** jest jednoczesne dokładne zmierzenie prądu  $I_X$  i napięcia  $U_X$ . W praktyce wyróżnia się dwa układy.

Układ z poprawnie mierzonym prądem - schemat



$$I_A = I_X$$

$$U_V \neq U_X$$

$$U_V = U_X + U_A$$

$$U_V > U_X$$

$$R_A \approx 0 \Rightarrow U_V \approx U_X$$

**Amperomierz mierzy dokładnie** prąd  $I_x$ , ale woltomierz mierzy niedokładnie, ponieważ **woltomierz mierzy sumę napięć** na rezystorze  $U_x$  i na amperomierzu  $U_A$ .

Układ z poprawnie mierzonym prądem - wzory

$$R_X = \frac{U_X}{I_X} = \frac{U_V - U_A}{I_A} = \frac{U_V}{I_A} - \frac{U_A}{I_A} = \frac{U_V}{I_A} - R_A$$

Ponieważ rezystancja amperomierza  $R_A$  jest mała, możemy ją **pomiąć** i zapisać **wzór przybliżony** na rezystancję mierzoną  $R'_X$ :

$$R'_X = \frac{U_V}{I_A}$$

Zastosowanie przybliżonej zależności skutkuje pojawieniem się **błędu metody**  $\delta_A$  (w układzie z poprawnie mierzonym prądem):

$$\delta_A = \frac{R'_X - R_X}{R_X} \cdot 100\% = \frac{R_A}{R_X} \cdot 100\%$$

Układ z poprawnie mierzonym prądem - wniosek

$$\delta_A = \frac{R_A}{R_X} \cdot 100\%$$

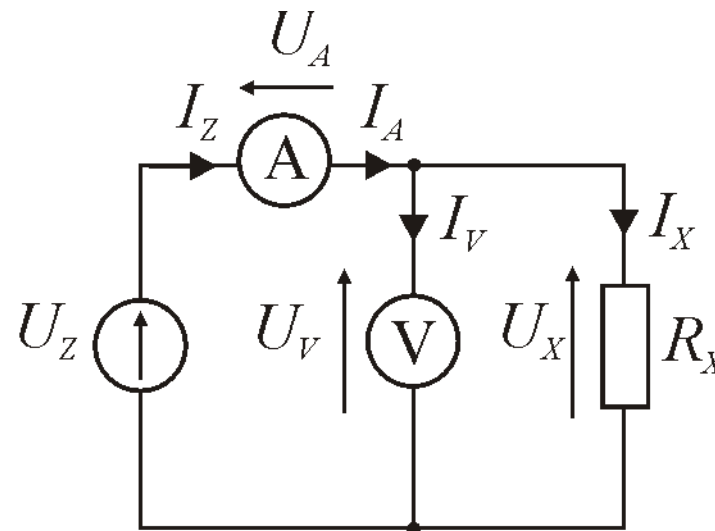
**Wniosek:** im **większa** jest rezystancja mierzona  $R_X$  względem rezystancji amperomierza  $R_A$  – tym **mniejszy** jest błąd pomiaru.

**Układ z poprawnie mierzonym prądem jest więc odpowiedni do pomiaru dużych rezystancji – błędy są wtedy mniejsze.**

Wynik pomiaru rezystancji w tej metodzie jest zawsze **zawyżony** – **błąd pomiaru jest zawsze dodatni.**



Układ z poprawnie mierzonym napięciem - schemat



$$U_V = U_X$$

$$I_A \neq I_X$$

$$I_A = I_X + I_V$$

$$I_A > I_X$$

$$R_V \approx \infty \Rightarrow I_A \approx I_X$$

**Woltomierz mierzy dokładnie** napięcie  $U_x$ , ale amperomierz mierzy niedokładnie, ponieważ **amperomierz mierzy sumę prądów** w rezystorze  $I_x$  i w woltomierzu  $I_v$ .

## Układ z poprawnie mierzonym napięciem - wzory

$$R_X = \frac{U_X}{I_X} = \frac{U_V}{I_A - I_V} = \frac{U_V}{I_A - \frac{U_V}{R_V}}$$

Ponieważ rezystancja woltomierza  $R_V$  jest duża, to prąd płynący przez woltomierz  $I_V$  jest mały i możemy go **pomiąć**, zapisując **przybliżony wzór** na rezystancję mierzoną  $R''_X$ :

$$R''_X = \frac{U_V}{I_A}$$

Zastosowanie przybliżonej zależności skutkuje pojawieniem się **błędu metody**  $\delta_A$  (w układzie z poprawnie mierzonym napięciem):

$$\delta_V = \frac{R''_X - R_X}{R_X} \cdot 100\% = -\frac{R_X}{R_V} \cdot 100\% \approx -\frac{R_X}{R_V} \cdot 100\%$$

Układ z poprawnie mierzonym napięciem - wniosek

$$\delta_V \approx -\frac{R_X}{R_V} \cdot 100\%$$

**Wniosek:** im **mniejsza** jest rezystancja mierzona  $R_X$  względem rezystancji woltomierza  $R_V$  – tym **mniejszy** jest błąd pomiaru.

**Układ z poprawnie mierzonym napięciem jest więc odpowiedni do pomiaru małych rezystancji – błędy są wtedy mniejsze.**

Wynik pomiaru rezystancji w tej metodzie jest zawsze **zanizony** – **błąd pomiaru jest zawsze ujemny.**

## Problem: rezystancja mała i duża

**Problem** stanowi ustalenie, jakie wartości rezystancji mierzonej  $R_X$  można uznać za małe, a jakie za duże?

Można zauważyć, że istnieje pewna wartość rezystancji mierzonej  $R_X$ , dla której **błędy obu metod są sobie równe** (pomijając znak):

$$|\delta_A| = |\delta_V|$$

czyli że:

$$\frac{R_A}{R_X} = \frac{R_X}{R_V}$$

## Rezystancja graniczna

Wartość tę nazywamy **rezystancją graniczną  $R_{Xgr}$**  i możemy ją wyznaczyć po dalszych przekształceniach na podstawie rezystancji woltomierza  $R_V$  i amperomierza  $R_A$ :

$$R_{Xgr} = \sqrt{R_A \cdot R_V}$$

**Wniosek:** dla uzyskania mniejszych błędów rezystancje  $R_X$  **większe** od rezystancji granicznej  $R_{Xgr}$  należy mierzyć w układzie z poprawnie mierzonym **prądem**, a rezystancje  $R_X$  **mniejsze** od rezystancji granicznej  $R_{Xgr}$  należy mierzyć w układzie z poprawnie mierzonym **napięciem**.

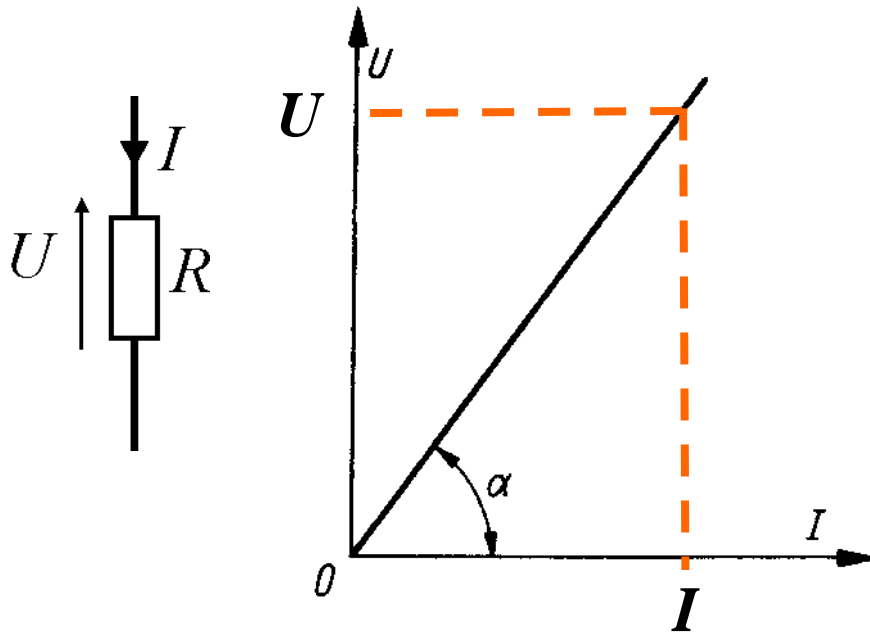
## Zalety metody technicznej

Metoda techniczna **nie zapewnia uzyskania wysokich dokładności** pomiaru rezystancji, pod tym względem znacznie lepsze są inne metody, np. mostki do pomiaru rezystancji (Wheatstone'a, Thomsona).

**Zaletą metody technicznej** jest natomiast możliwość pomiaru rezystancji przy dowolnym prądzie, co ma zastosowanie w badaniu elementów pracujących w warunkach normalnej ich pracy. Ma to istotne znaczenie w przypadku **obiektów nieliniowych**, dla których rezystancja jest zależna od przepływającego przez nie prądu.

Takimi elementami są np.: żarówki, grzałki, termistory, elementy półprzewodnikowe (diody, tyrystory itp.).

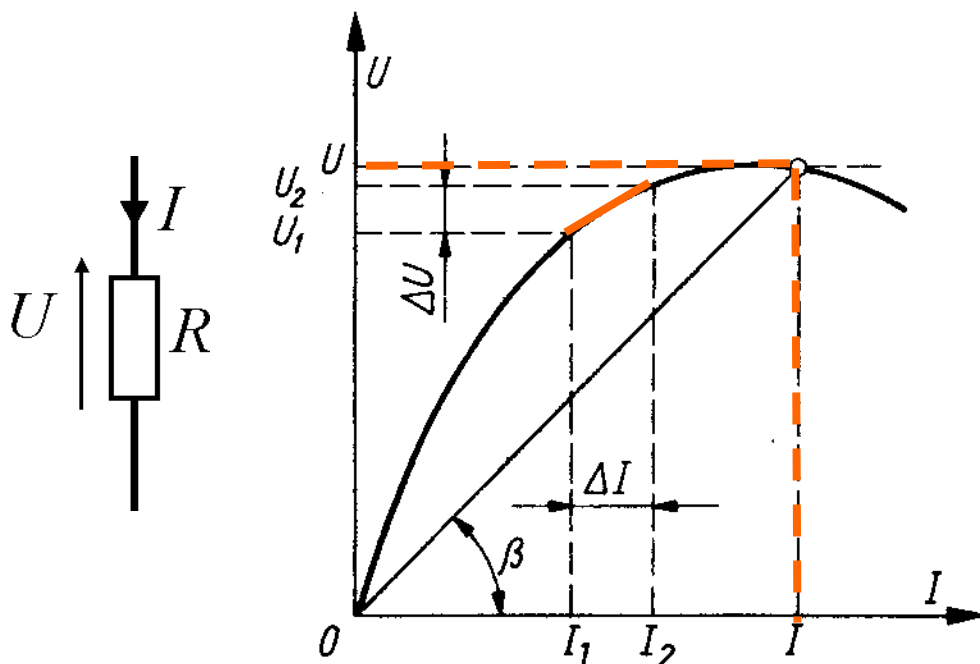
## Dwójniki liniowe i nieliniowe – przykład liniowy



$$R = \frac{U}{I} = \operatorname{tg} \alpha$$

**Dwójnik liniowy** posiada liniową charakterystykę prądowo-napięciową  $U=f(I)$ , czyli jego **rezystancja  $R$  jest stała**, nie zależy od wartości prądu i napięcia.

## Dwójniki liniowe i nieliniowe – przykład nieliniowy



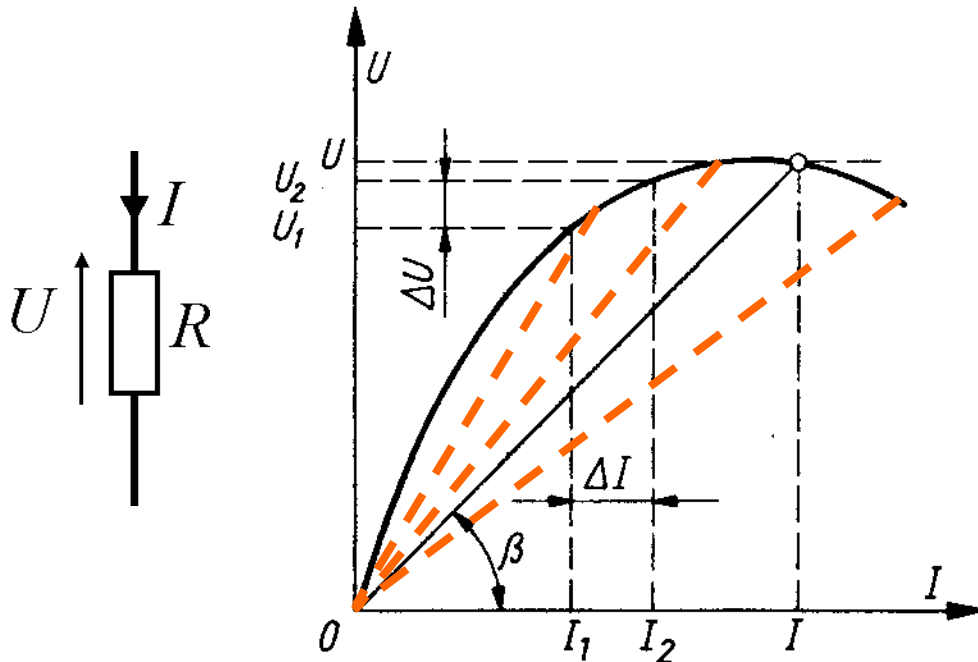
$$R_{stat} = \frac{U}{I} = \operatorname{tg} \beta$$

$$R_{dyn} = \frac{\Delta U}{\Delta I}$$

**Dwójnik nieliniowy** posiada nieliniową charakterystykę prądowo-napięciową  $U=f(I)$ , czyli jego **rezystancja  $R$  jest zmienna**, zależy od wartości prądu i napięcia.



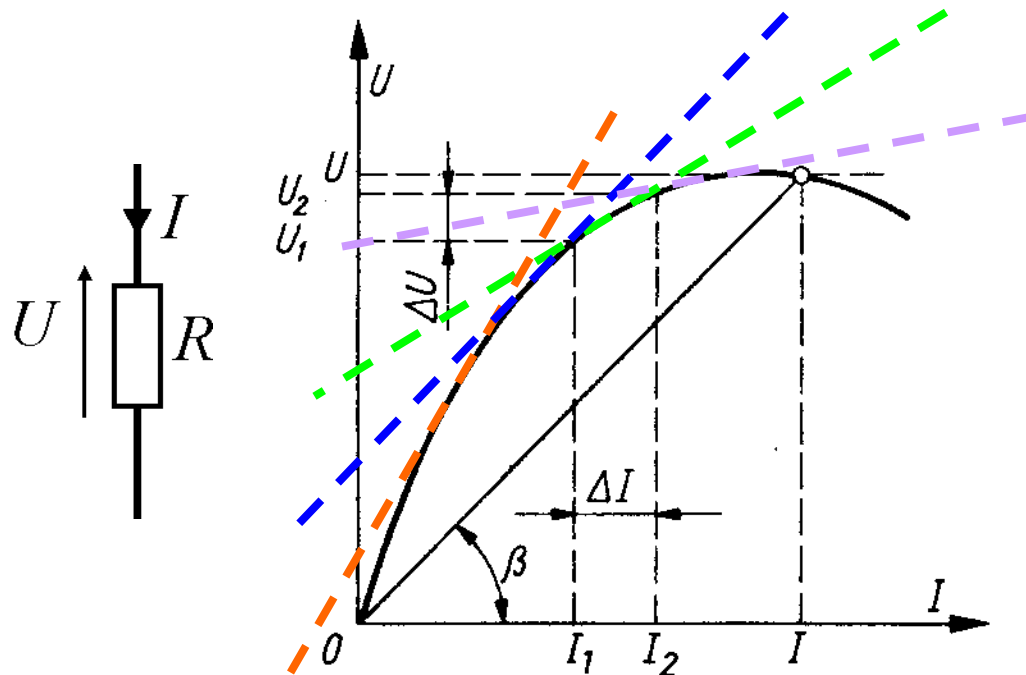
## Rezystancja statyczna dwójnika nieliniowego



$$R_{stat} = \frac{U}{I} = \operatorname{tg} \beta$$

**Rezystancja statyczna** dwójnika nieliniowego zależy od wartości prądu i napięcia.

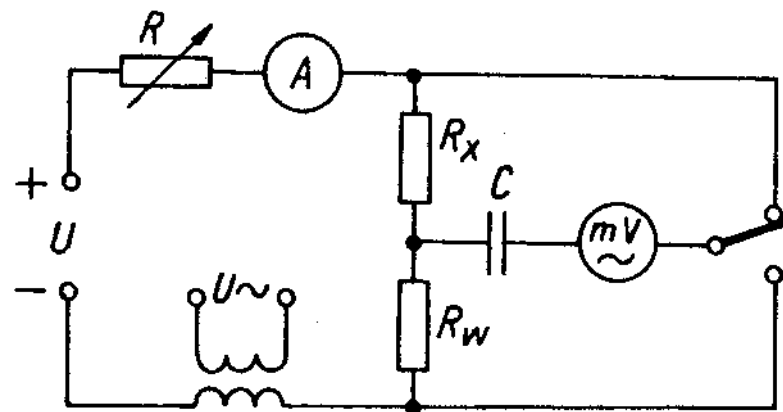
## Rezystancja dynamiczna dwójnika nieliniowego



$$R_{dyn} = \frac{\Delta U}{\Delta I}$$

**Rezystancja dynamiczna** dwójnika nieliniowego również zależy od wartości prądu i napięcia.

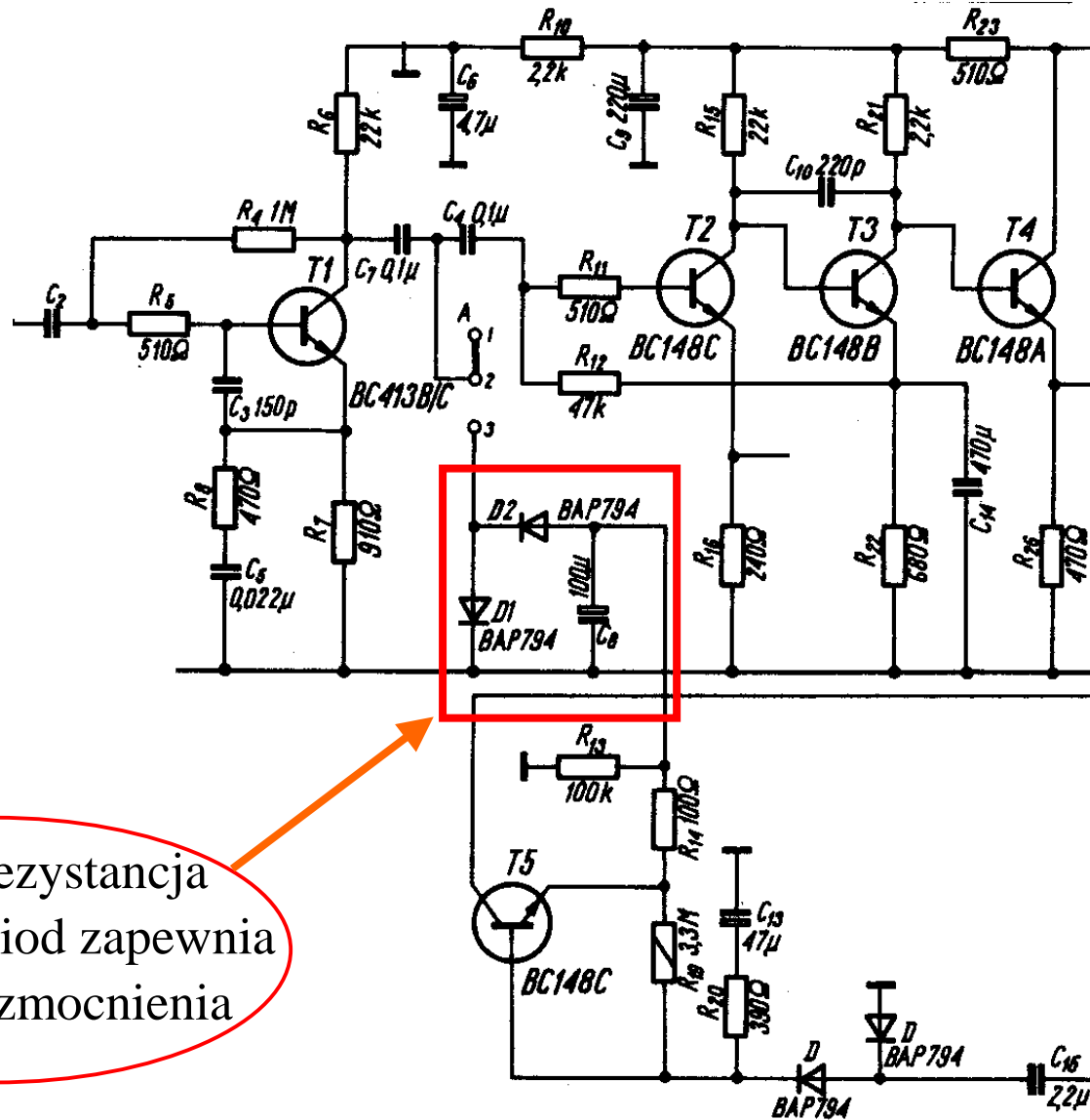
## Pomiar rezystancji dynamicznej dwójnika nieliniowego



$$R_{dyn} = \frac{U_{X \approx}}{I_{\approx}} = R_w \frac{U_{X \approx}}{U_{w \approx}}$$

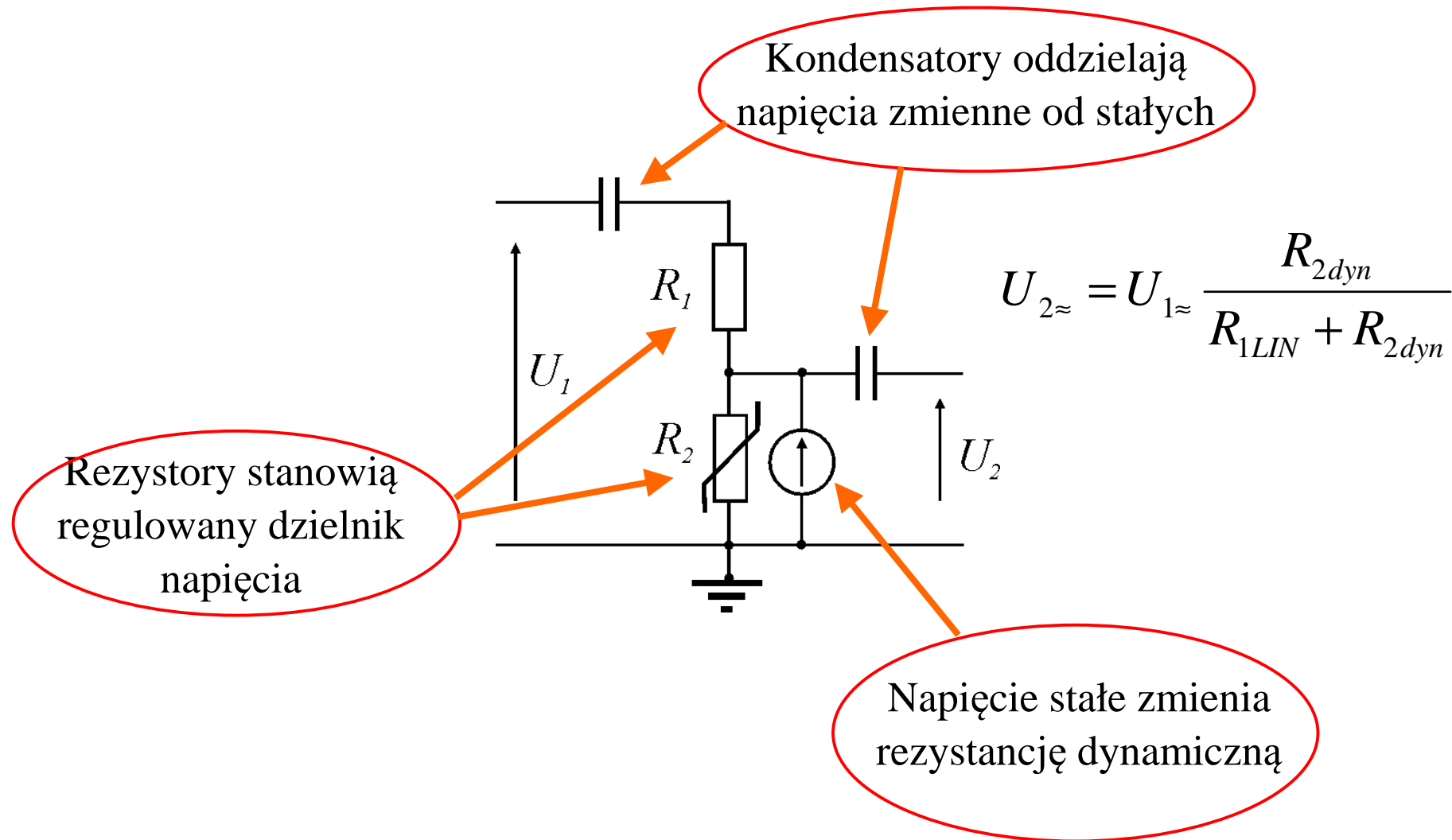


# Rezystancja dynamiczna – układ ARW

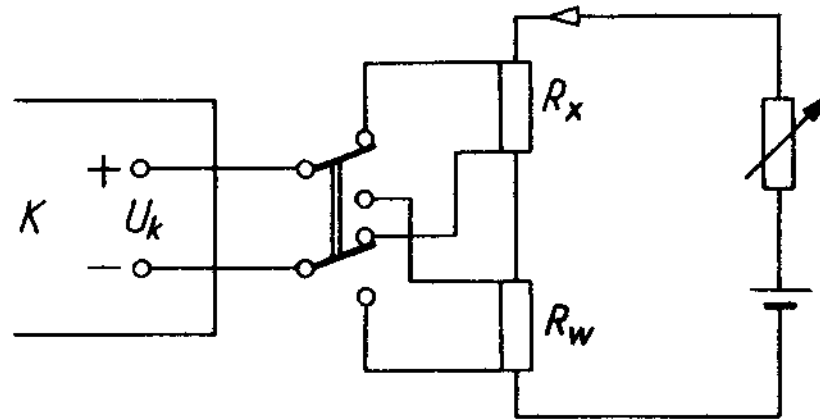


Zmienna rezystancja dynamiczna diod zapewnia regulację wzmacnienia

## Rezystancja dynamiczna – układ ARW



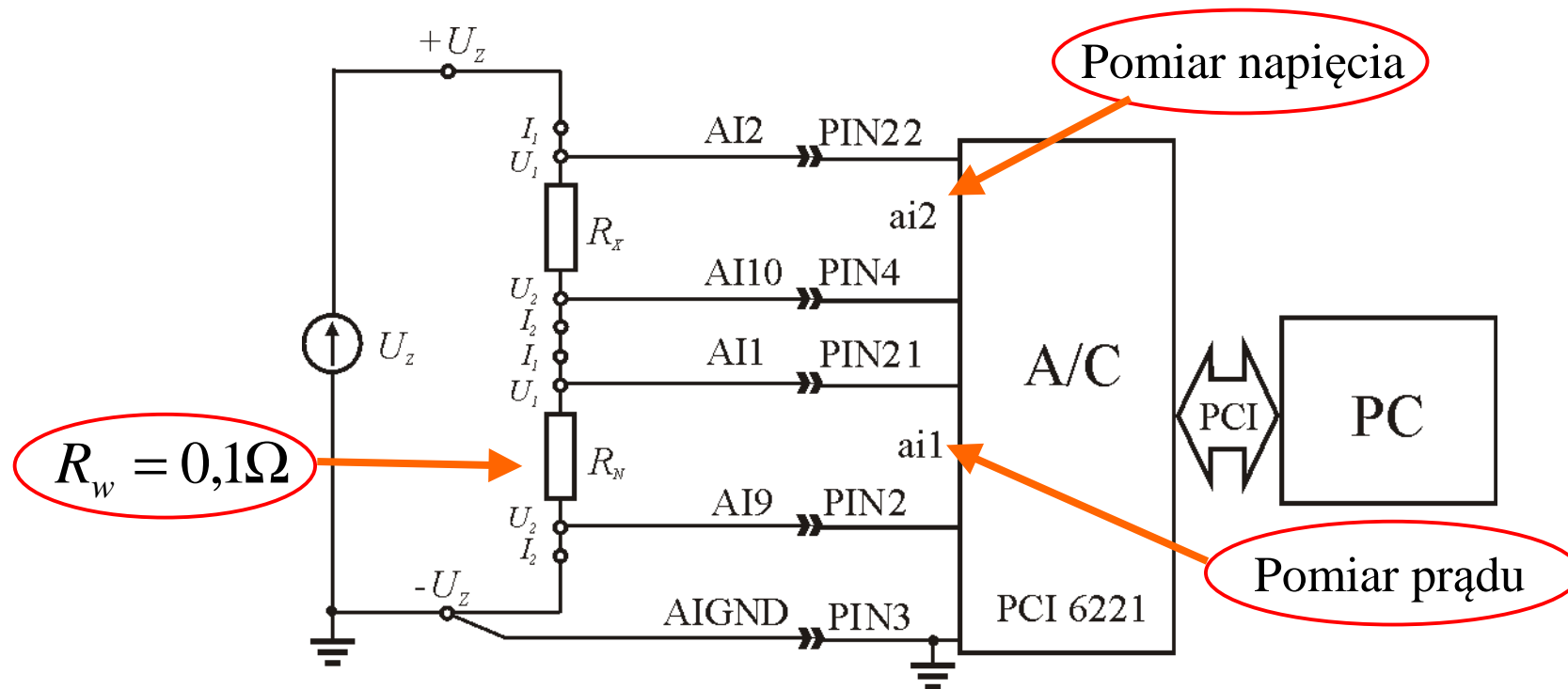
## Pomiar rezystancji metodą porównawczą



$$I_x = \frac{U_w}{R_w} \quad R_x = \frac{U_x}{I_x} = R_w \frac{U_x}{U_w}$$

Pomiar spadku napięcia  $U_w$  na rezystorze  $R_w$  zastępuje pomiar prądu amperomierzem.

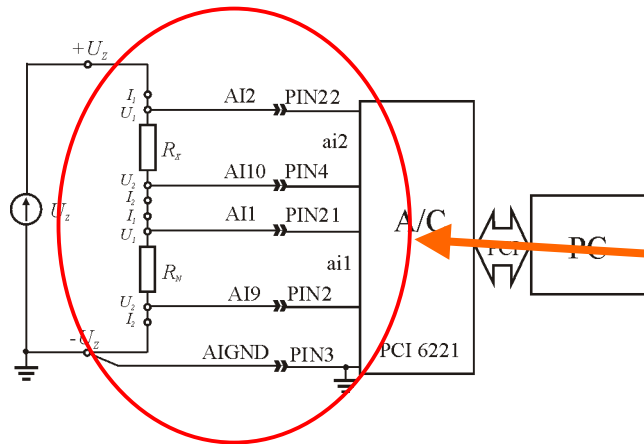
## Pomiar rezystancji wspomagany komputerowo



Układ z poprawnie mierzonym napięciem (wejście ai2), pomiar prądu za pomocą rezystora wzorcowego  $R_w$  (wejście ai1).



# Konfiguracje obwodów wejściowych karty pomiarowej



Analog Input Configuration

	Floating Signal Sources (Not Connected to Building Ground)	Ground-Referenced Signal Sources <sup>†</sup>
<b>AI Ground-Reference Setting*</b>	Examples: <ul style="list-style-type: none"> <li>• Ungrounded thermocouples</li> <li>• Signal conditioning with isolated outputs</li> <li>• Battery devices</li> </ul>	Example: <ul style="list-style-type: none"> <li>• Plug-in instruments with non-isolated outputs</li> </ul>
Differential		
Non-Referenced Single-Ended (NRSE)		
Referenced Single-Ended (RSE)		<p>NOT RECOMMENDED</p> <p>Ground-loop potential (<math>V_A - V_B</math>) are added to measured signal.</p>
<p>* Refer to the <a href="#">Analog Input Ground-Reference Settings</a> section for descriptions of the RSE, NRSE, and DIFF modes and software considerations.</p> <p>† Refer to the <a href="#">Connecting Ground-Referenced Signal Sources</a> section for more information.</p>		

# Parametry karty pomiarowej – zakresy pomiarowe

Specifications listed below are typical at 25 °C unless otherwise noted. Refer to the *M Series User Manual* for more information about NI 622x devices.

## Analog Input

### Number of channels

NI 6220/6221 .....	8 differential or 16 single ended
NI 6224/6229 .....	16 differential or 32 single ended
NI 6225 .....	40 differential or 80 single ended

ADC resolution ..... 16 bits

DNL ..... No missing codes  
guaranteed

INL ..... Refer to the *AI Absolute Accuracy Table*

### Sampling rate

Maximum ..... 250 kS/s single channel,  
250 kS/s multi-channel  
(aggregate)

Minimum ..... No minimum

Timing accuracy ..... 50 ppm of sample rate

Timing resolution ..... 50 ns

Input coupling ..... DC

Input range .....  $\pm 10$  V,  $\pm 5$  V,  
 $\pm 1$  V,  $\pm 0.2$  V

Maximum working voltage for analog inputs  
(signal + common mode) .....  $\pm 11$  V of AI GND

CMRR (DC to 60 Hz) ..... 92 dB

### Input impedance

#### Device on

AI+ to AI GND .....  $>10$  G $\Omega$  in parallel  
with 100 pF

AI- to AI GND .....  $>10$  G $\Omega$  in parallel  
with 100 pF

#### Device off

AI+ to AI GND ..... 820  $\Omega$

AI- to AI GND ..... 820  $\Omega$

Input bias current .....  $\pm 100$  pA

### Crosstalk (at 100 kHz)

Adjacent channels ..... -75 dB

Non-adjacent channels ..... -90 dB<sup>1</sup>

Small signal bandwidth (-3 dB) ..... 700 kHz

Input FIFO size ..... 4,095 samples

Scan list memory ..... 4,095 entries

### Data transfers

PCI/PXI devices ..... DMA (scatter-gather),  
interrupts,  
programmed I/O

USB devices ..... USB Signal Stream,  
programmed I/O

# Parametry karty pomiarowej – składniki błędów

**AI Absolute Accuracy Table**

Nominal Range		Residual Gain Error (ppm of Reading)	Residual Offset Error (ppm of Range)	Random Noise, $\sigma$ ( $\mu$ Vrms)
Positive Full Scale	Negative Full Scale			
10	-10	75	20	244
5	-5	85	20	122
1	-1	95	25	30
0.2	-0.2	135	80	13

Pomiar napięcia

Pomiar prądu

## Parametry karty pomiarowej – zabezpieczenia wejść

Overvoltage protection (AI <0..79>, AI SENSE, AI SENSE 2)		
Device on .....	±25 V for up to two AI pins	Karta zasilana
Device off .....	±15 V for up to two AI pins	Karta nie zasilana
Input current during overvoltage condition .....	±20 mA max/AI pin	

**Ważny wniosek!** Karta bez załączonego zasilania jest mniej odporna na uszkodzenie obwodów wejściowych !!!

## Kolejność załączania i wyłączenia

**UWAGA!** Zasilanie panelu ćwiczeniowego może być włączone tylko w tym czasie, gdy włączony jest komputer z kartą przetwornika. **Bezwzględnie należy przestrzegać kolejności:**

- włączenie komputera,
- dołączenie przewodów sygnałowych do wejścia karty pomiarowej,
- włączenie panelu ćwiczeniowego,
- wykonanie zaplanowanych pomiarów,
- wyłączenie panelu ćwiczeniowego,
- odłączenie przewodów sygnałowych od wejścia karty pomiarowej,
- wyłączenie komputera.

# Panel programu pomiarowego

POLITECHNIKA LUBELSKA  
KATEDRA AUTOMATYKI I METROLOGII

POMIARY PRĄDÓW, NAPIĘĆ, REZYSTANCJI I MOCY W OBWODACH PRĄDU

oprac. dr inż. Eligiusz Pawłowski

INFORMACJA O KONFIGURACJI KARTY POMIAROWEJ ( BEZ MOŻLIWOSCI ZMIANY PARAMETROW )

NI PCI-6221 (37-PIN)	POMIAR U	DAQmx Physical Channel (U)	input terminal configuration (U)	Numeric (U)	minimum value (U)	maximum value (U)
Typ karty	POMIAR I	DAQmx Physical Channel (I)	input terminal configuration (I)	Numeric (I)	minimum value (I)	maximum value (I)
		Dev1/ai2	Differential	10106	-10	10
		Dev1/ai1	Differential	10106	-0,2	0,2

**koniec pomiarów**

Dane do obliczenia niepewności pomiarowej

liczba pomiarów do uśredniania (od 2 do 1000)

współczynnik rozszerzenia (od 1 do 5)

Parametry toru napięciowego

zakres pomiarowy U  V

GainError U (błąd wzm.)  ppm

OffsetError U (błąd zera)  ppm

Noise U (szumy)   $\mu V_{RMS}$

Rezystancja wejściowa U   $\Omega$

Parametry toru prądowego

zakres pomiarowy I  V

GainError I (błąd wzm.)  ppm

OffsetError I (błąd zera)  ppm

Noise I (szumy)   $\mu V_{RMS}$

Rezystancja bocznika   $\Omega$

klasa bocznika  %

Końcowe wyniki pomiarów i obliczeń

uśrednione napięcie  V

uśredniony prąd  A

rezystancja   $\Omega$

moc W  W

wyniki pojedynczych pomiarów

tor napięciowy V  V

tor prądowy V  V

prąd A  A

Dodatkowe obliczenia

niepewność napięcia  V

niepewność prądu  A

rezystancja graniczna   $\Omega$

błąd metody  %

Wykresy

liczba punktów na wykresie

Prąd [A] 0,5 - 10 - 2,5

Rezystancja [ohm] 0,45 - 9 - 2,25

Moc [W] 0,4 - 8 - 2

0,35 - 7 - 1,75

0,3 - 6 - 1,5

0,25 - 5 - 1,25

0,2 - 4 - 1

0,15 - 3 - 0,75

0,1 - 2 - 0,5

0,05 - 1 - 0,25

0 - 0 - 0

Napięcie [V] 0 0,5 1 1,5 2 2,5 3 3,5 4

dodaj punkt do wykresu

usuń punkt z wykresu

usuń cały wykres

Rezystancja

Moc

Prąd

## Rezystancja graniczna

$$R_{Xgr} = \sqrt{R_A \cdot R_V}$$

$$R_A = R_w = 0,1\Omega$$

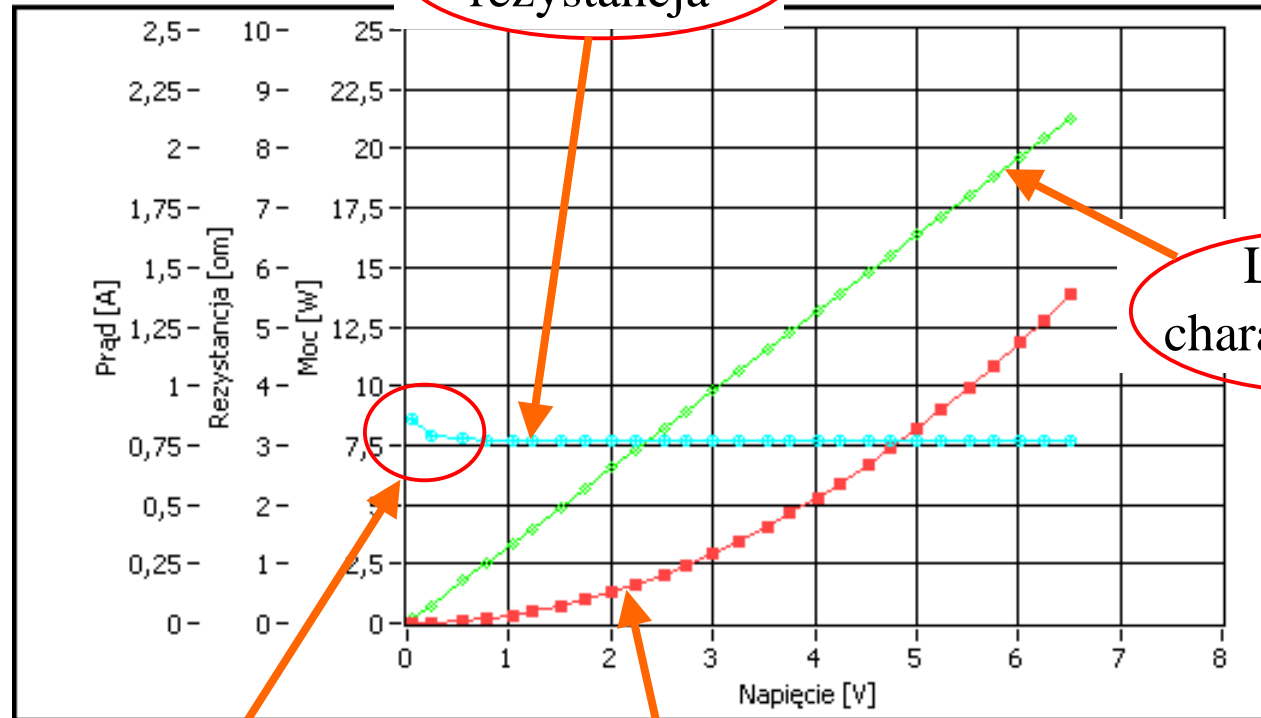
$$R_V = R_{AI} = 10G\Omega$$

$$R_{Xgr} = \sqrt{10^{-1}\Omega \cdot 10^{10}\Omega} = \sqrt{10^9}\Omega \cong 32k\Omega$$

**Problem:** czy zastosowano właściwą konfigurację układu pomiarowego do pomiaru rezystancji  $R_X = 27\Omega$  ? (do samodzielnego rozwiązania podczas laboratorium).

# Wyniki pomiarów dwójnika liniowego

## Wykresy



Stała  
rezystancja

Liniowa  
charakterystyka

Duże błędy dla  
małych wartości  
mierzonych

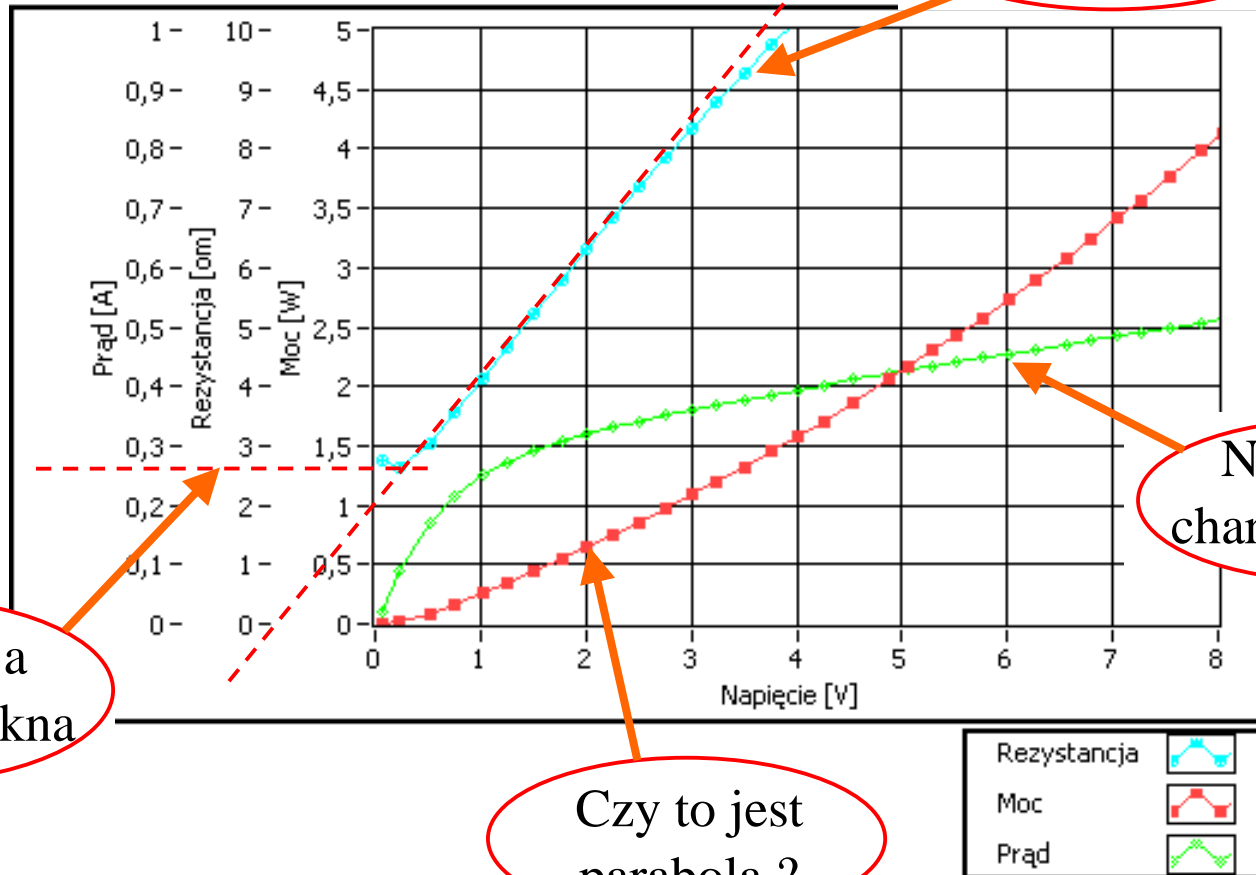
Czy to jest  
parabola ?





# Wyniki pomiarów dwójnika nieliniowego

Wykresy

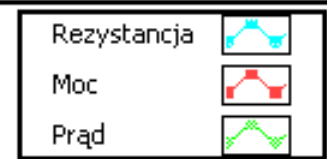


Rezystancja zimnego włókna

Zmienna rezystancja

Nieliniowa charakterystyka

Czy to jest parabola ?



## Obliczanie temperatury włókna żarówki

Dla żarówki obliczyć temperaturę  $t$  włókna, korzystając z liniowej zależności oporu  $R(t)$  od temperatury  $t$  dla metali:

$$R(t) = R_{t_0} [1 + \alpha(t - t_0)]$$

czyli że:

$$t = t_0 + \frac{1}{\alpha} \left[ \frac{R(t)}{R_{t_0}} - 1 \right]$$

Współczynnik temperaturowy oporu dla wolframu  $\alpha = 5,9 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$ .  
Temperaturę zimnego włókna  $t_0$  przyjąć równą temperaturze otoczenia odczytaną z termometru w laboratorium.

Rezystancję zimnego włókna  $R_{t_0}$  należy zmierzyć multimetrem cyfrowym (mały prąd pomiaru) **przed rozpoczęciem pomiarów.**

## Temperatury włókna żarówki – ocena poprawności wyniku

Tabela barw żarzenia pozwala oszacować temperaturę odkuwki podczas obróbki cieplnej stali.

**Wniosek:** jeśli włókno żarówki świeci światłem widzialnym, to jego temperatura **na pewno** przekracza **500 °C**

Barwy żarzenia.

Barwa	Określenie	Temperatura °C
	Olsniewająco biała	1250 - 1350
	Jasnożółta	1150 - 1250
	Ciemnożółta	1050 - 1150
	Pomarańczowa	880 - 1050
	Ciemnopomarańczowa	830 - 880
	Jasnoczerwona	800 - 830
	Czerwona	750 - 800
	Wiśniowa	650 - 750
	Ciemnoczerwona	580 - 650
	Brązowoczerwona	520 - 580

## Szacowanie temperatury włókna żarówki

Jeśli:

$$t = t_0 + \frac{1}{\alpha} \left[ \frac{R(t)}{R_{t_0}} - 1 \right]$$

to już tylko dla dwukrotnego wzrostu rezystancji włókna żarówki

$$R(t) = 2R_{t_0}$$

uwzględniając dla wolframu  $\alpha = 5,9 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$  otrzymamy przyrost temperatury włókna o prawie **170 °C**.

Warto zapamiętać, że temperatura włókna żarówki w znamionowych warunkach pracy wynosi około 2500-3000K, zależnie od typu żarówki.

Należy też zauważyć, że podczas ćwiczenia w laboratorium żarówka jest zasilana napięciem niższym od znamionowego.

## Temperatury włókna żarówki, dodatkowa uwaga

300K ≈ 27 °C

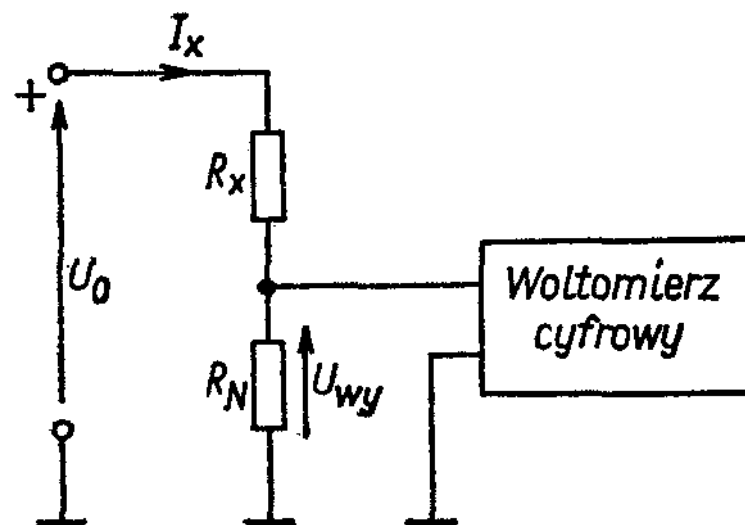
Temperature and Resistivity for Tungsten

$R/R_{300K}$	Temp °K	Resistivity $\mu\Omega$ cm	$R/R_{300K}$	Temp °K	Resistivity $\mu\Omega$ cm	$R/R_{300K}$	Temp °K	Resistivity $\mu\Omega$ cm	$R/R_{300K}$	Temp °K	Resistivity $\mu\Omega$ cm
1.0	300	5.65	5.48	1200	30.98	10.63	2100	60.06	16.29	3000	92.04
1.43	400	8.06	6.03	1300	34.08	11.24	2200	63.48	16.95	3100	95.76
1.87	500	10.56	6.58	1400	37.19	11.84	2300	66.91	17.62	3200	99.54
2.34	600	13.23	7.14	1500	40.36	12.46	2400	70.39	18.28	3300	103.3
2.85	700	16.09	7.71	1600	43.55	13.08	2500	73.91	18.97	3400	107.2
3.36	800	19.00	8.28	1700	46.78	13.72	2600	77.49	19.66	3500	111.1
3.88	900	21.94	8.86	1800	50.05	14.34	2700	81.04	26.35	3600	115.0
4.41	1000	24.93	9.44	1900	53.35	14.99	2800	84.70			
4.95	1100	27.94	10.03	2000	56.67	15.63	2900	88.33			

W dużym zakresie temperatur zależność rezystancji od temperatury dla wolframu przestaje być liniowa i jest zbliżona do parabolicznej. Nasze obliczenia są **przybliżone**.

# Pomiary rezystancji multimetrem cyfrowym

## Wykorzystanie dzielnika rezystancyjnego

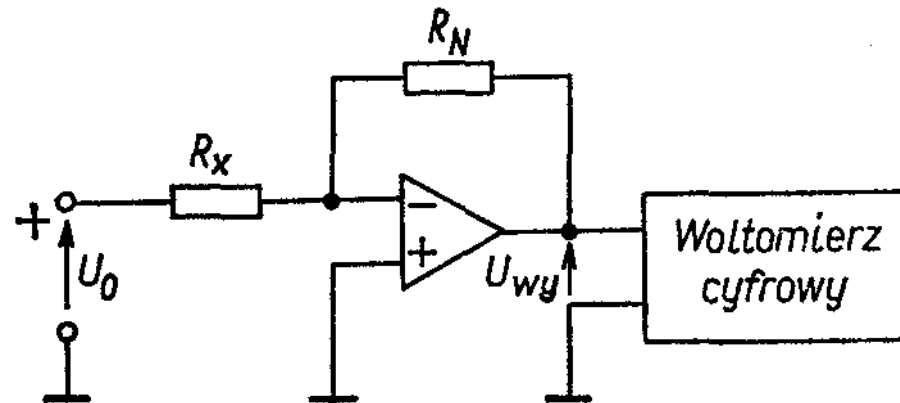


$$U_{wy} = U_0 \frac{R_N}{R_N + R_X} = f_1 \left( \frac{1}{R_X} \right)$$

Zależność na napięcie wyjściowe jest silnie **nieliniowa**

# Pomiary rezystancji multimetrem cyfrowym

Wykorzystanie wzmacniacza operacyjnego, wersja 1

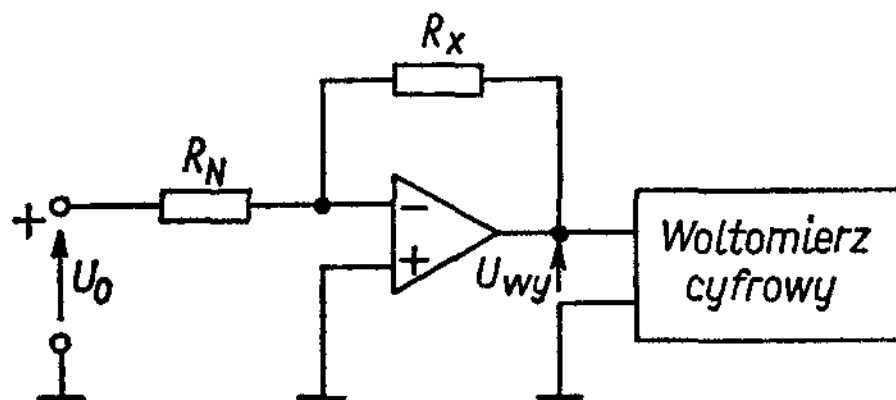


$$U_{wy} = -U_0 \frac{R_N}{R_X} = f_2 \left( \frac{1}{R_X} \right)$$

Zależność na napięcie wyjściowe jest **nieliniowa**

## Pomiary rezystancji multimetrem cyfrowym

Wykorzystanie wzmacniacza operacyjnego, wersja 2

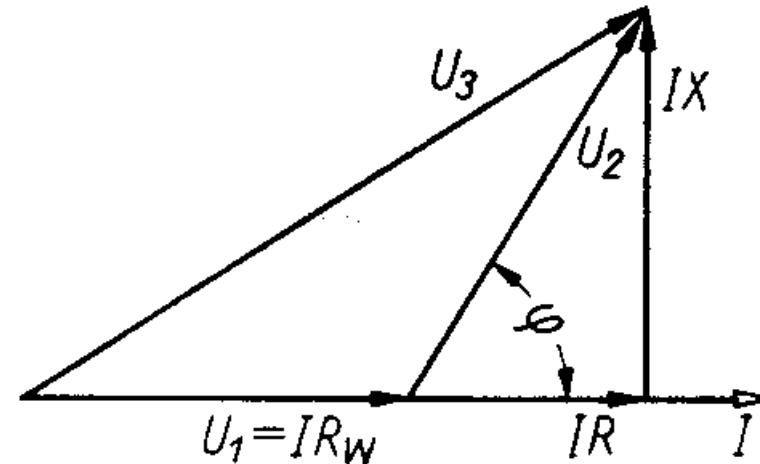
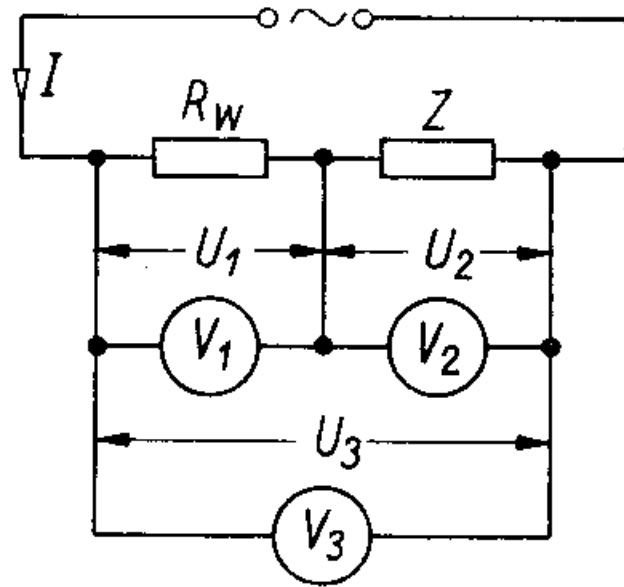


$$U_{wy} = -U_0 \frac{R_X}{R_N} = k \cdot R_X$$

Zależność na napięcie wyjściowe jest **liniowa**



## Pomiary impedancji metodą trzech woltomierzy

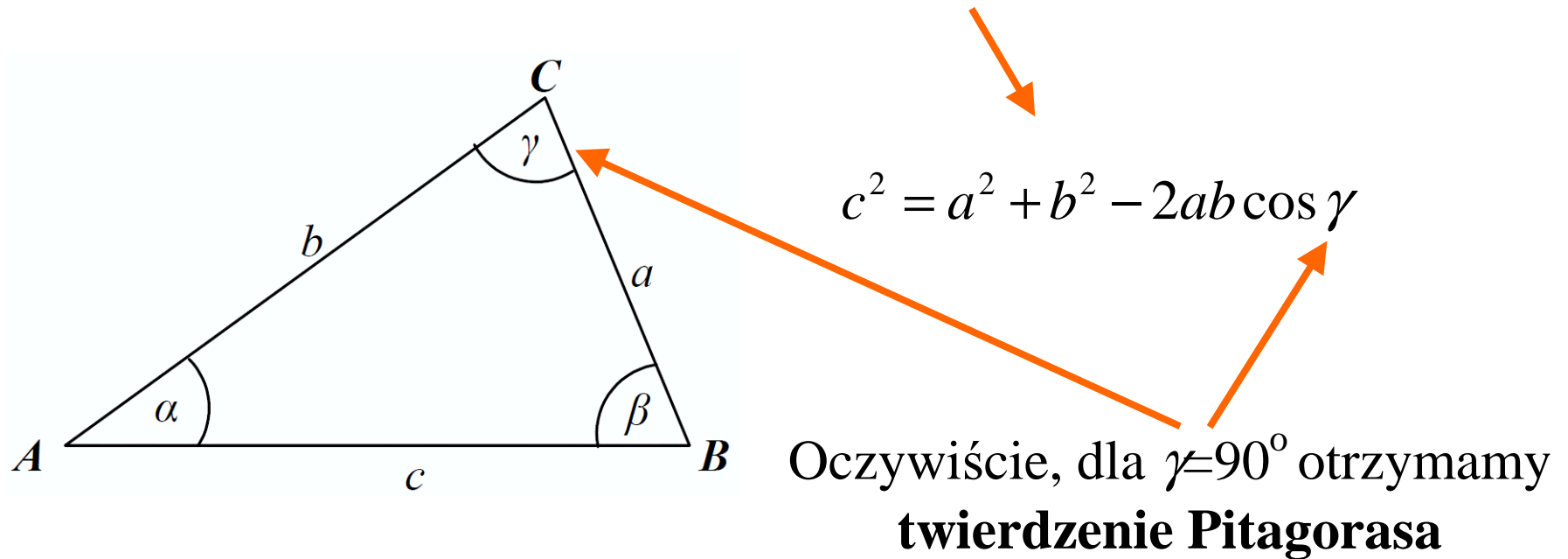


$$\underline{U}_3 = \underline{U}_1 + \underline{U}_2 \quad \text{ale:} \quad U_3 \neq U_1 + U_2 \quad !!!$$

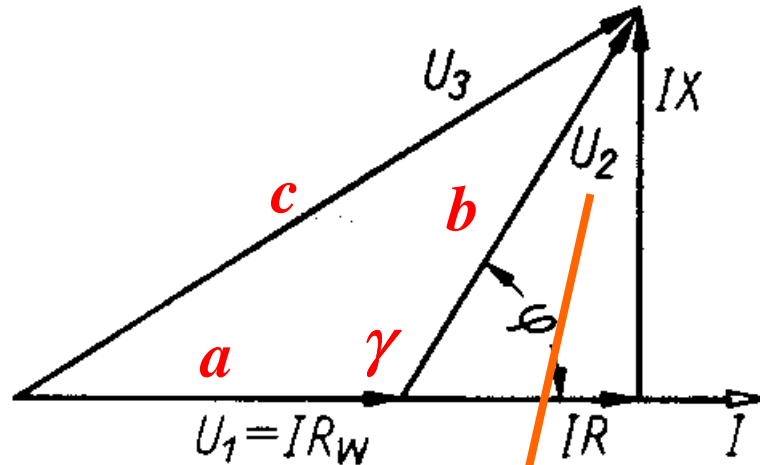
Woltomierze **nie mierzą wartości wektorowych**, mierzą jedynie długości (moduły) wektorów napięć. Trzy napięcia tworzą trójkąt na wykresie wskazowym !!!

## Metoda trzech woltomierzy – twierdzenie cosinusów

**Twierdzenie cosinusów** (wzór cosinusów, twierdzenie Carnota, uogólnione twierdzenie Pitagorasa) – w dowolnym trójkącie na płaszczyźnie, kwadrat długości dowolnego boku jest równy sumie kwadratów długości pozostałych boków, pomniejszonej o podwojony iloczyn długości tych boków i cosinusa kąta zawartego między nimi.



## Pomiary impedancji metodą trzech woltomierzy



$$U_1 = IR_w$$

$$U_2 = IZ$$

$$Z = \frac{U_2}{U_1} R_w$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma$$

$$U_3^2 = U_1^2 + U_2^2 - 2U_1 U_2 \cos(180^\circ - \varphi)$$

$$\cos(\varphi) = \frac{U_3^2 - U_1^2 - U_2^2}{2U_1 U_2}$$

$$R = Z \cos(\varphi) = \frac{U_2}{U_1} R_w \frac{U_3^2 - U_1^2 - U_2^2}{2U_1 U_2}$$

$$X = \sqrt{Z^2 - R^2}$$

## Pomiary impedancji metodą trzech woltomierzy

**Podsumowanie:** na podstawie trzech wartości napięć:

$$U_1, U_2, U_3$$

można wyznaczyć wszystkie parametry dwójnika:

$$Z \quad R \quad X \quad \cos(\varphi)$$

Jeśli znamy częstotliwość  $f$  to możemy obliczyć  $L$  lub  $C$  :

$$L = \frac{X_L}{2 \pi f}$$

$$C = \frac{1}{2 \pi f X_C}$$

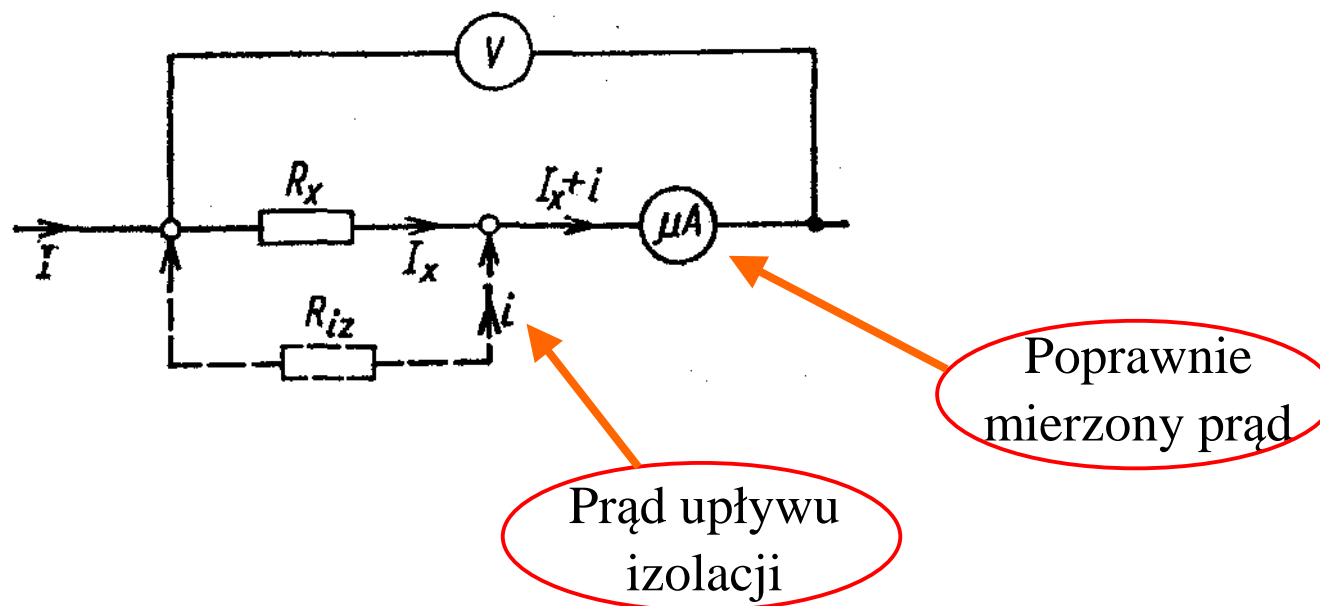
## Pomiary rezystancji bardzo małych – wpływ przewodów

Za **rezystancje bardzo małe** uznajemy rezystancje o wartościach porównywalnych z rezystancją przewodów połączeniowych.

Rezystancja przewodów **sumuje się** z rezystancją mierzona i wprowadza dodatkowy błąd pomiaru. Rozwiązaniem jest zastosowanie **połączenia czteroprzewodowego**.

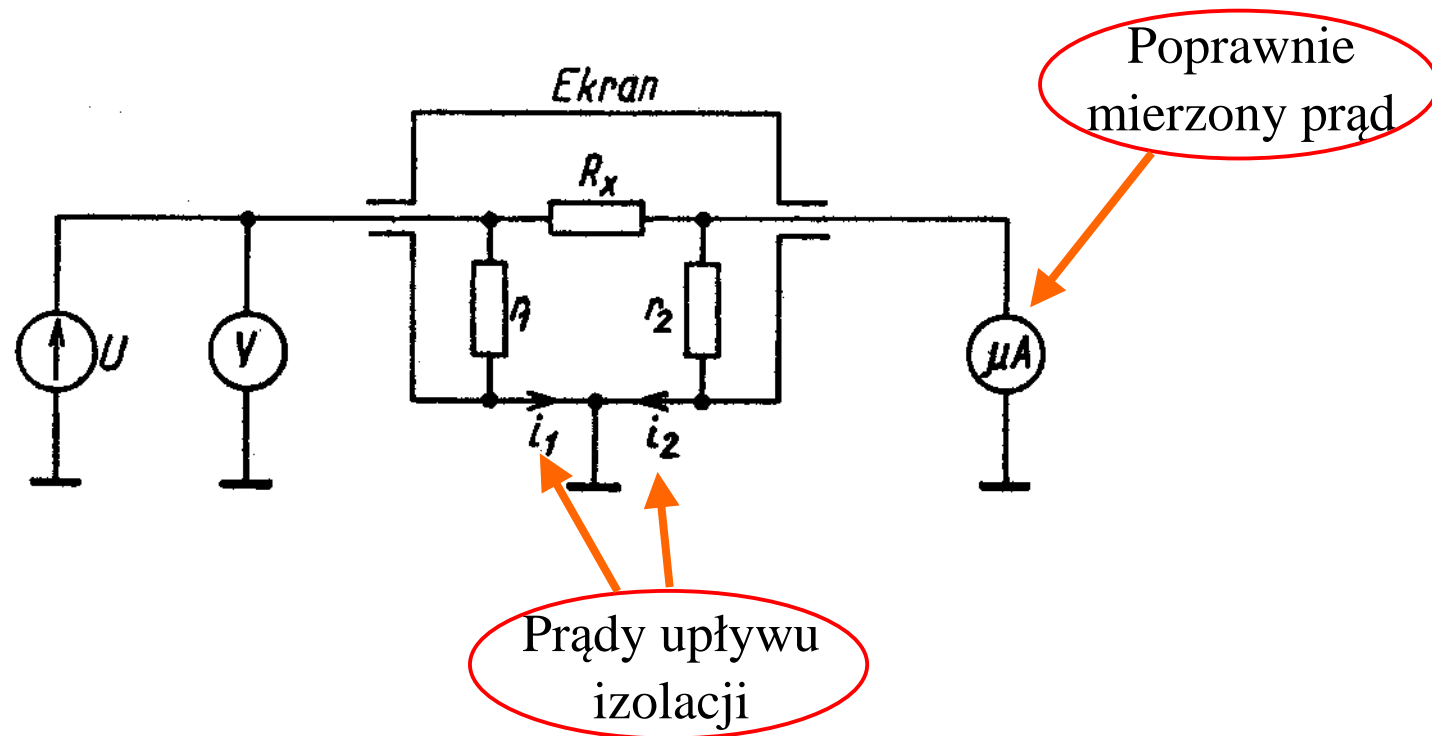
Więcej szczegółów w instrukcji do ćw. nr 10.

## Pomiary rezystancji wielkich – prąd upływu izolacji



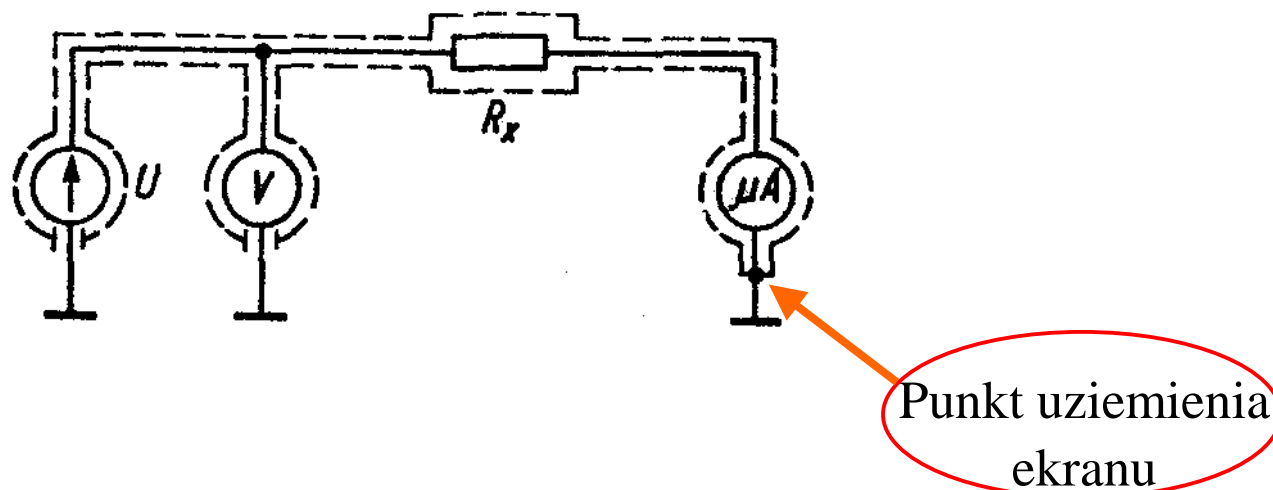
Przy pomiarach rezystancji wielkich **problemem jest prąd upływu izolacji**, który sumuje się z prądem mierzonym.

## Pomiary rezystancji wielkich – ekranowanie rezystora



Prawidłowo dołączony ekran sprowadza prądy upływu izolacji do masy układu pomiarowego, tak że nie wpływają one na wynik pomiaru.

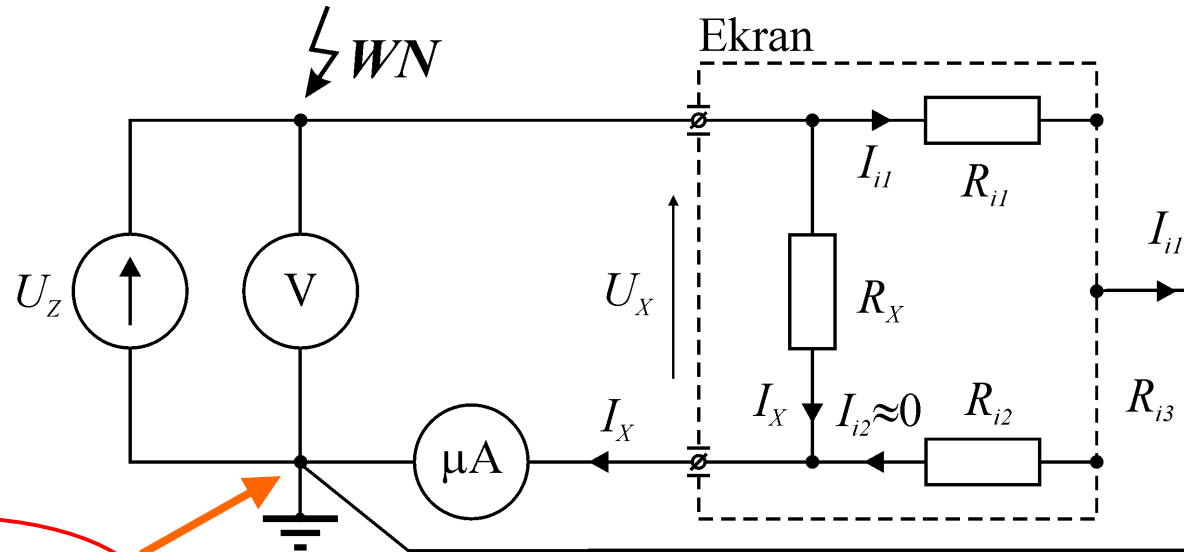
## Pomiary rezystancji wielkich – ekranowanie całego układu



Przy pomiarach największych rezystancji zalecane jest ekranowanie wszystkich elementów układu pomiarowego. Ekran należy uziemić tylko w jednym punkcie



## Pomiary rezystancji wielkich – praktyczny układ

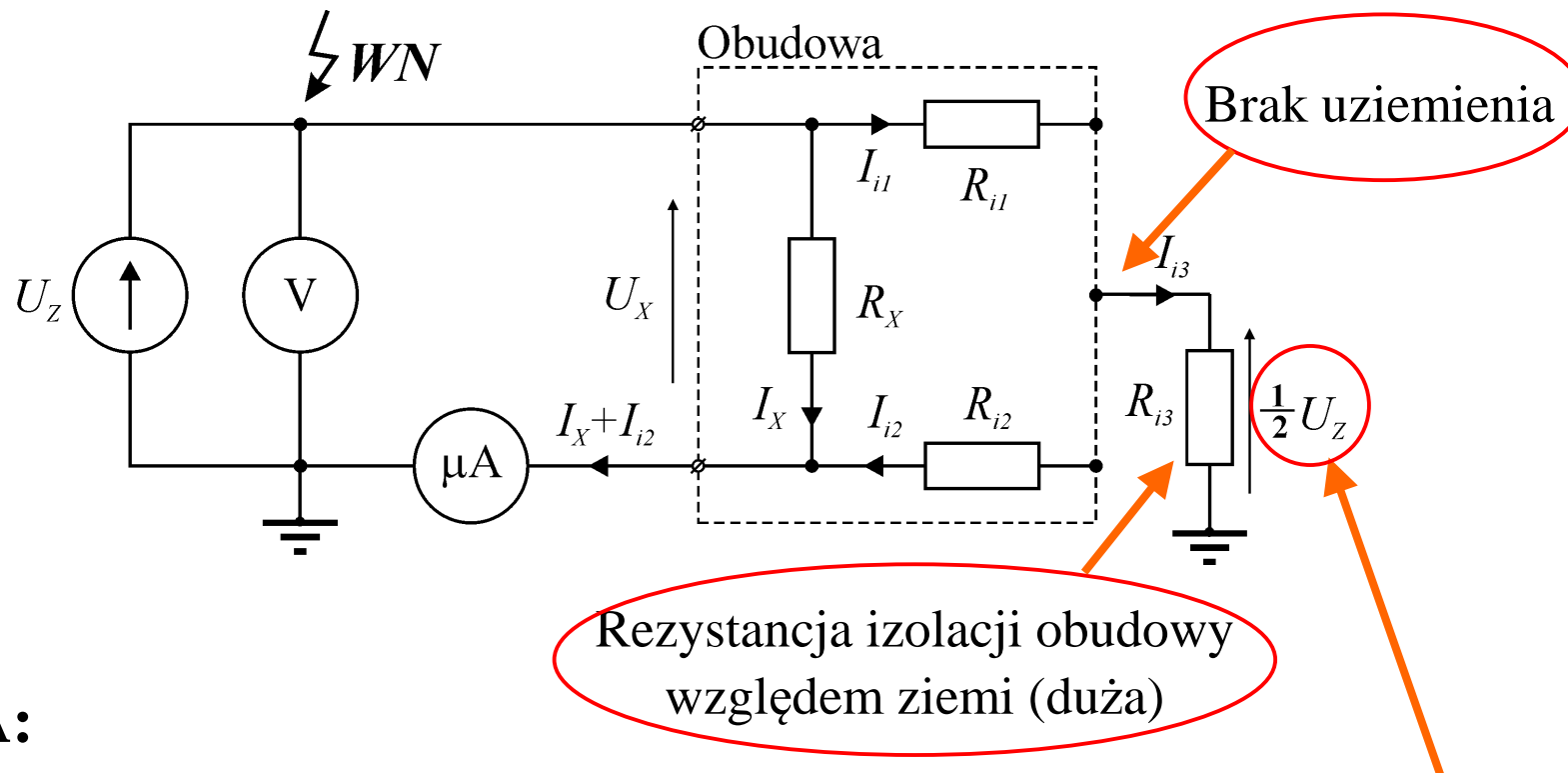


Punkt uziemienia ekranu

### UWAGA:

Wszystkie zaciski niskiego potencjału aparatury pomiarowej i ekrany należy połączyć ze sobą i **uziemić tylko w jednym punkcie !!!**

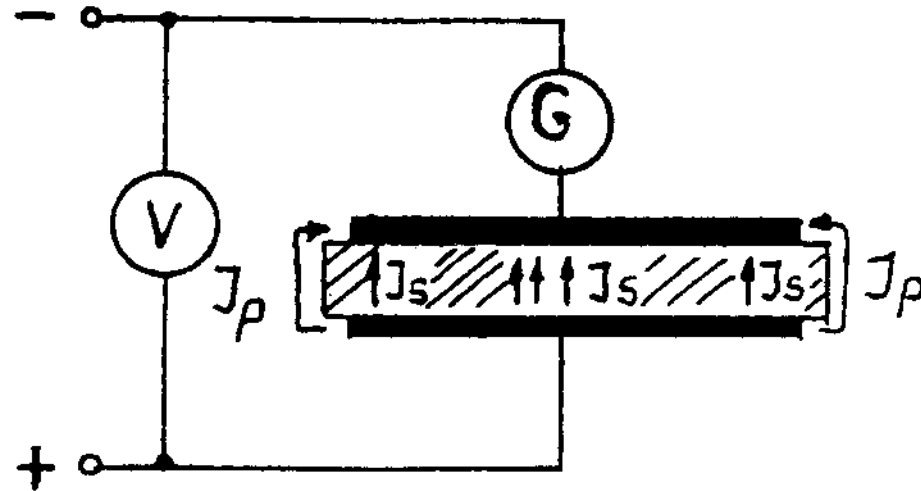
## Pomiary rezystancji wielkich – niebezpieczeństwo porażenia !



### UWAGA:

Przy **braku uziemienia** metalowej obudowy (ekranu), może pojawić się na niej niebezpiecznie **wysokie napięcie**, zależnie od proporcji rezystancji izolacji w różnych miejscach układu.

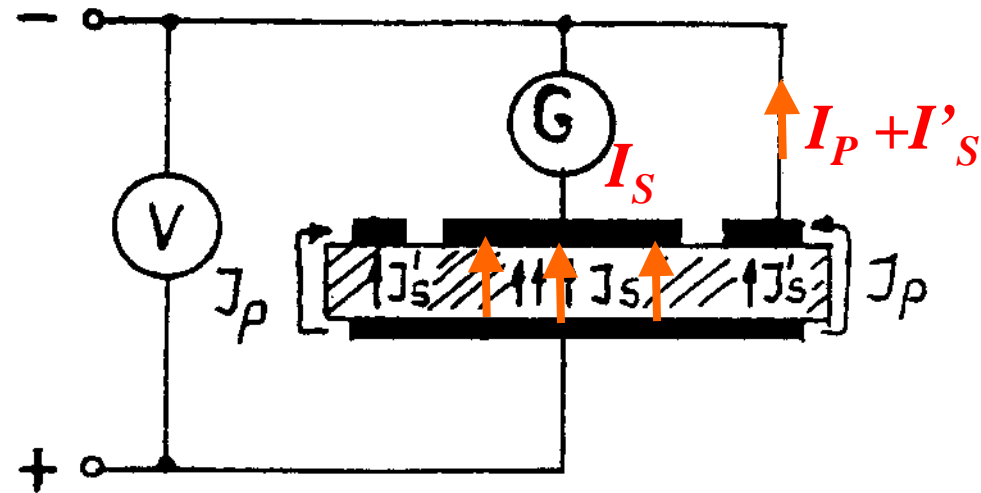
## Pomiar rezystancji izolatora – prądy skrośne i powierzchniowe



$$R_X = \frac{U_x}{I_s + I_p}$$

**Problem:** mierzony prąd jest sumą prądu skrośnego i powierzchniowego, a **trzeba zmierzyć każdy z nich osobno !**

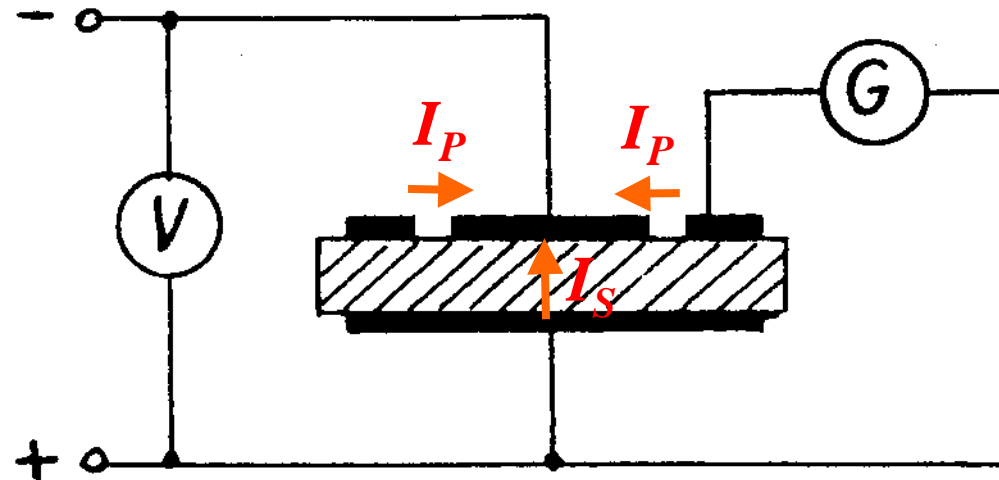
## Pomiar rezystancji skrośnej izolatora



$$R_{XS} = \frac{U_x}{I_S}$$

**Rezystancja skrośna** – stosunek napięcia  $U_x$  przyłożonego do przeciwnych powierzchni próbki do prądu  $I_S$  płynącego na wskroś próbki.

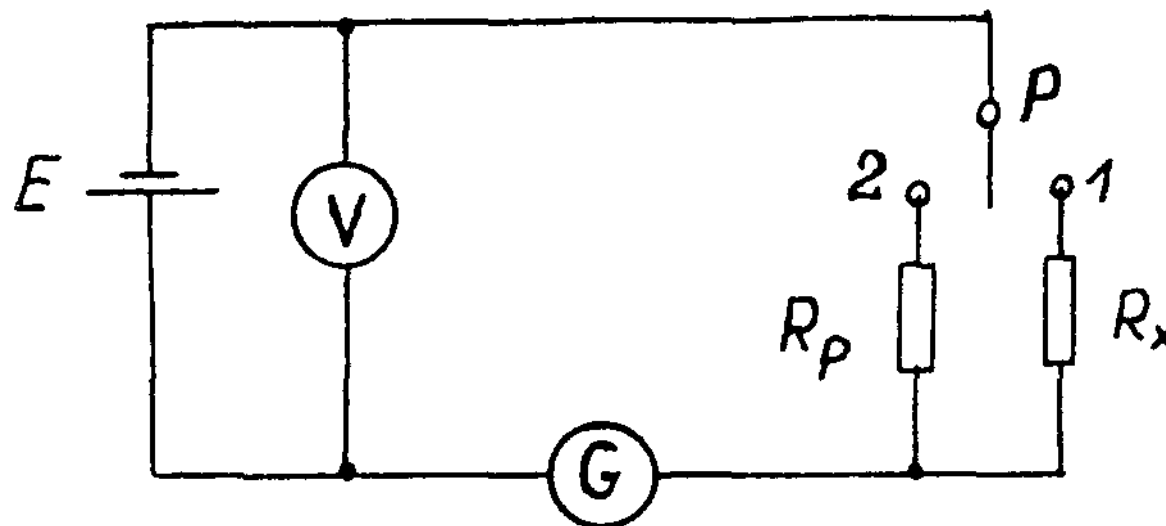
## Pomiar rezystancji powierzchniowej izolatora



$$R_{XP} = \frac{U_x}{I_P}$$

**Rezystancja powierzchniowa** – stosunek napięcia  $U_x$  przyłożonego do tej samej powierzchni próbki do prądu  $I_P$  płynącego po powierzchni próbki

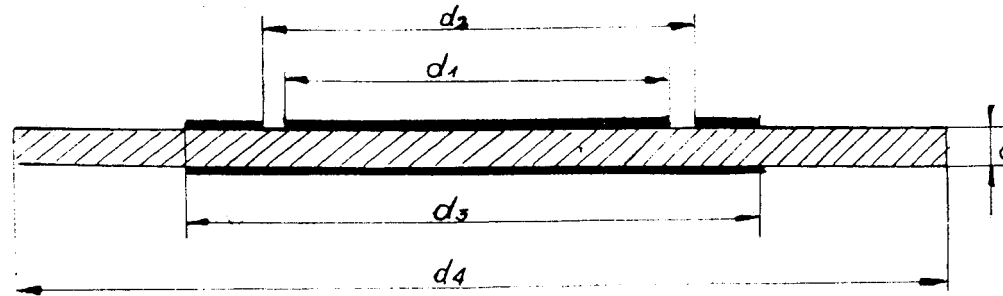
## Pomiar rezystancji izolatora – metoda porównawcza prądowa



$$R_X = R_p \frac{U_x}{U_p} \cdot \frac{\alpha_p}{\alpha_x}$$

Pomiar prądu płynącego przez próbkę wykonywany jest przy **większej** wartości napięcia zasilającego  $U_x$ , pomiar porównawczy przy **mniejszej** wartości napięcia  $U_p$

## Pomiar rezystywności izolatora – próbka i obliczenia



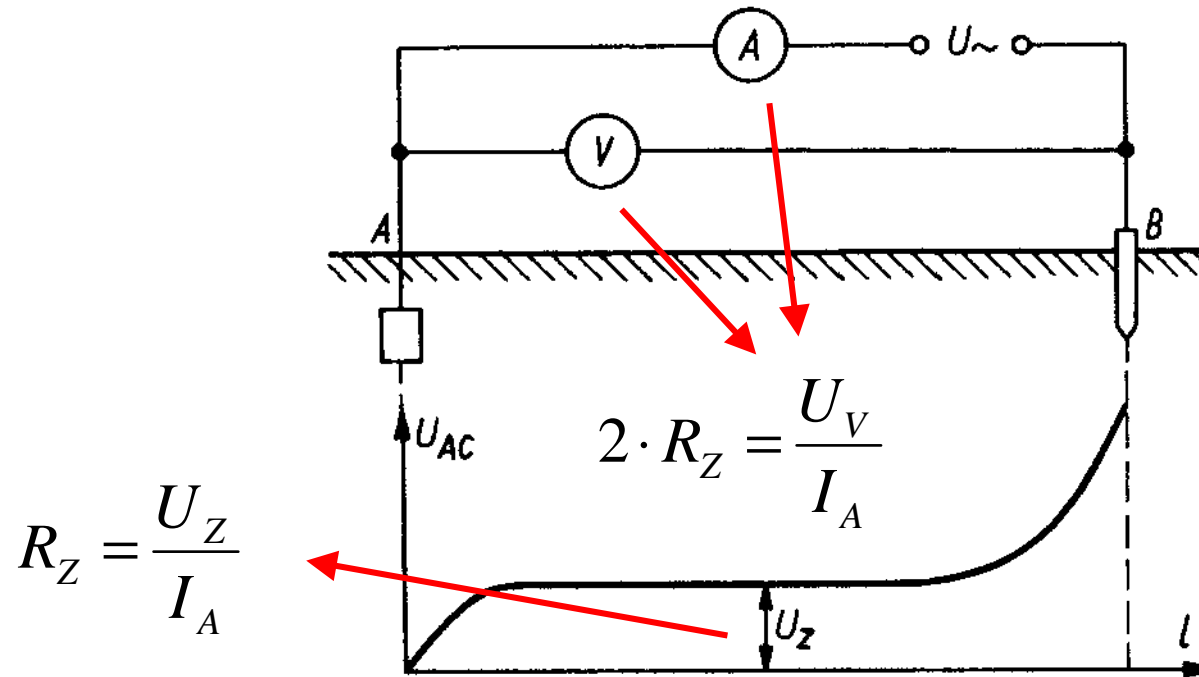
**Rezystywność skrośna:**

$$\rho_S = R_{XS} \frac{S}{d} = R_{XS} \frac{\pi d_1^2}{4d}$$

**Rezystywność powierzchniowa:**

$$\rho_P = R_{XP} \frac{2\pi}{\ln \frac{d_1}{d_2}}$$

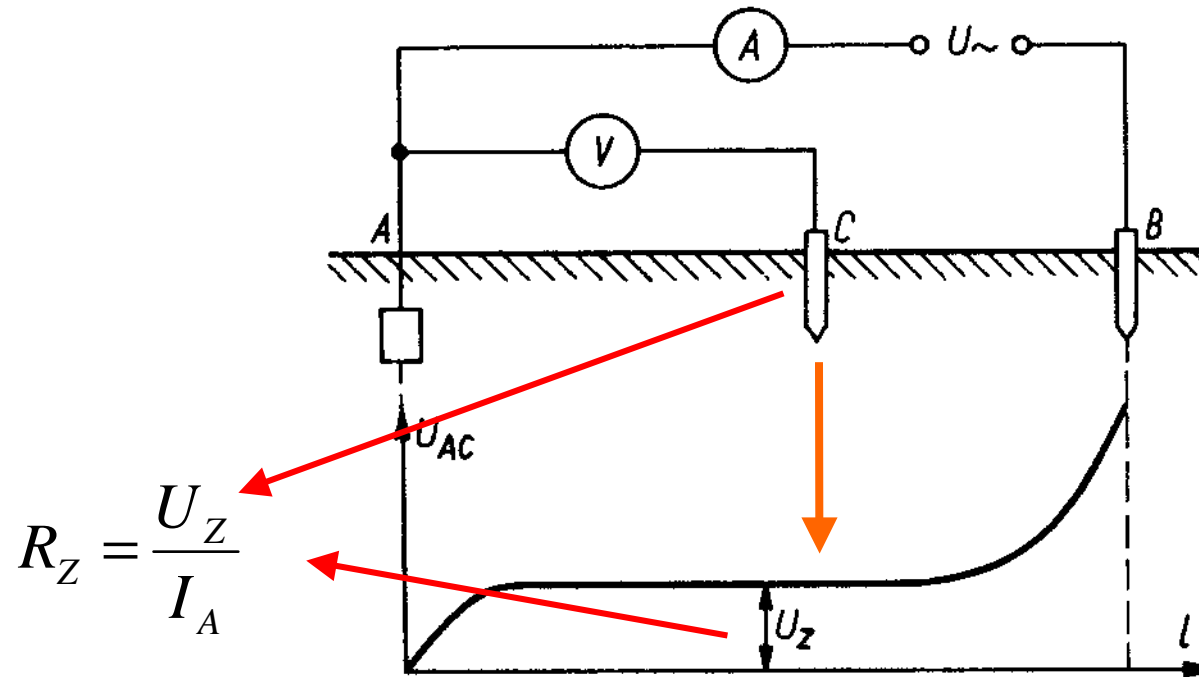
## Pomiar rezystancji uziemienia - problem



**Rezystancja uziemienia  $R_Z$**  – stosunek spadku napięcia na uziemiu  $U_Z$  do prądu wpływającego do uziomu. Stosując układ z dwoma elektrodami mierzymy **sumę rezystancji dwóch uziomów**.



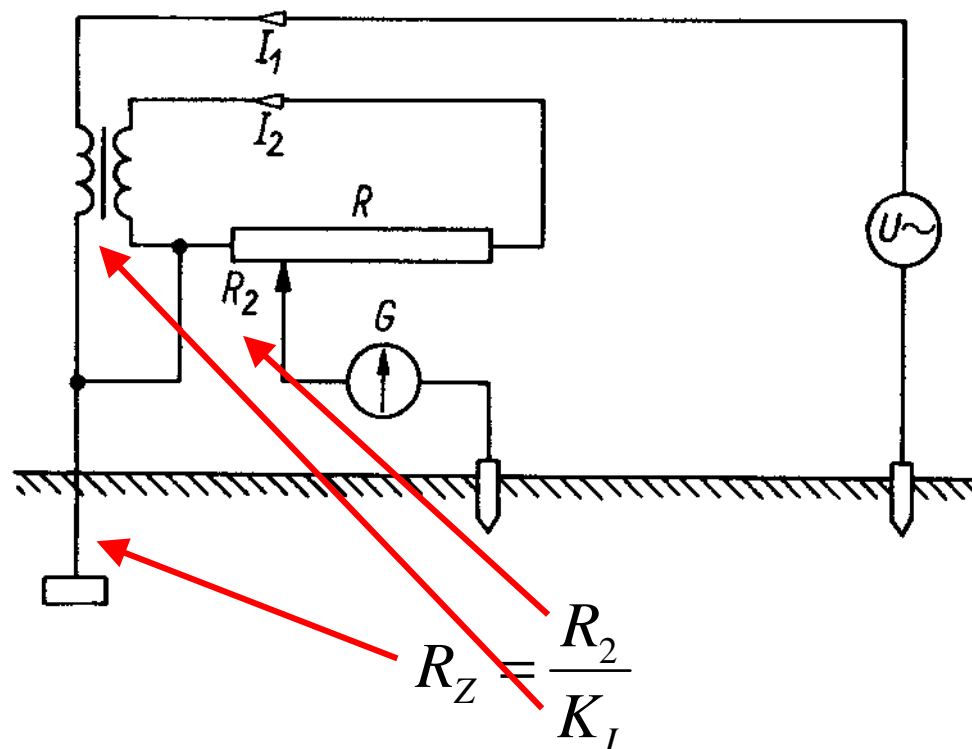
## Pomiar rezystancji uziemienia – metoda techniczna



$$R_Z = \frac{U_Z}{I_A}$$

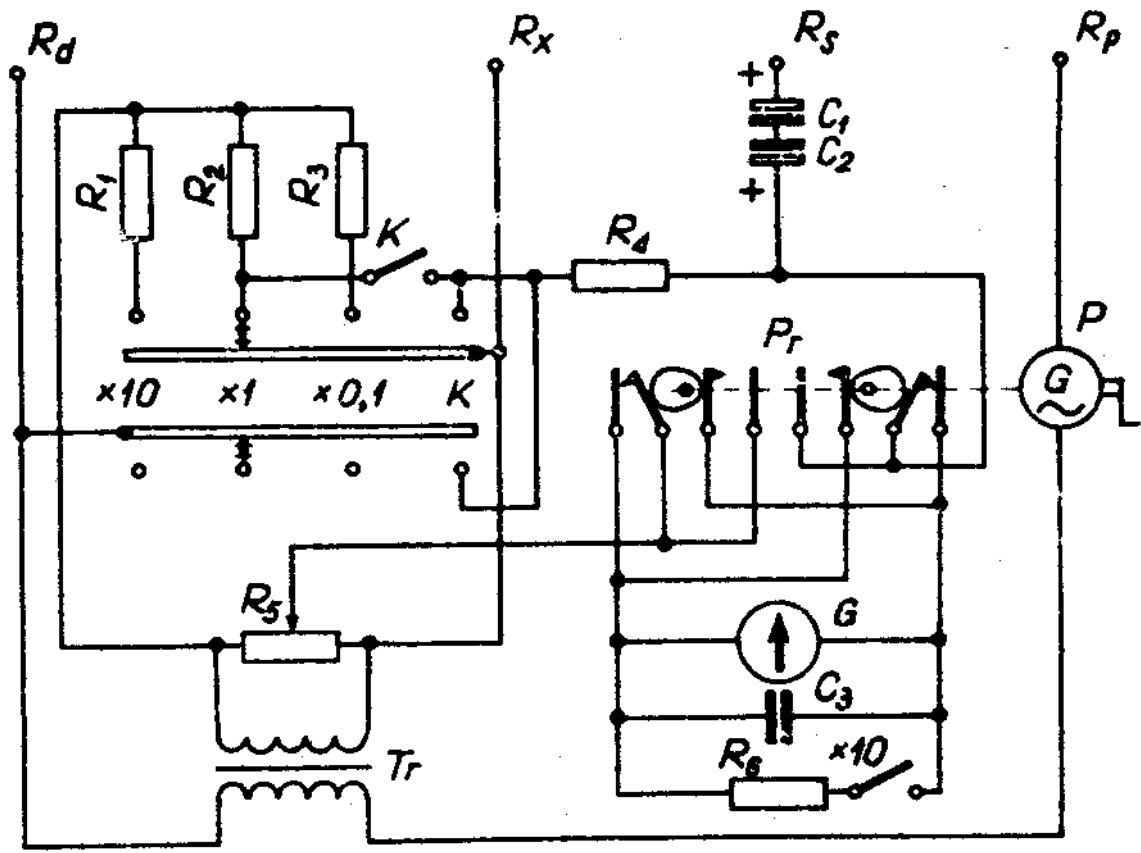
**Rozwiązanie problemu** – trzecia elektroda  $C$  umożliwia pomiar spadku napięcia na uziemiu  $U_Z$  i poprawne zmierzenie rezystancji uziemienia  $R_Z$

## Pomiar rezystancji uziemienia – IMU



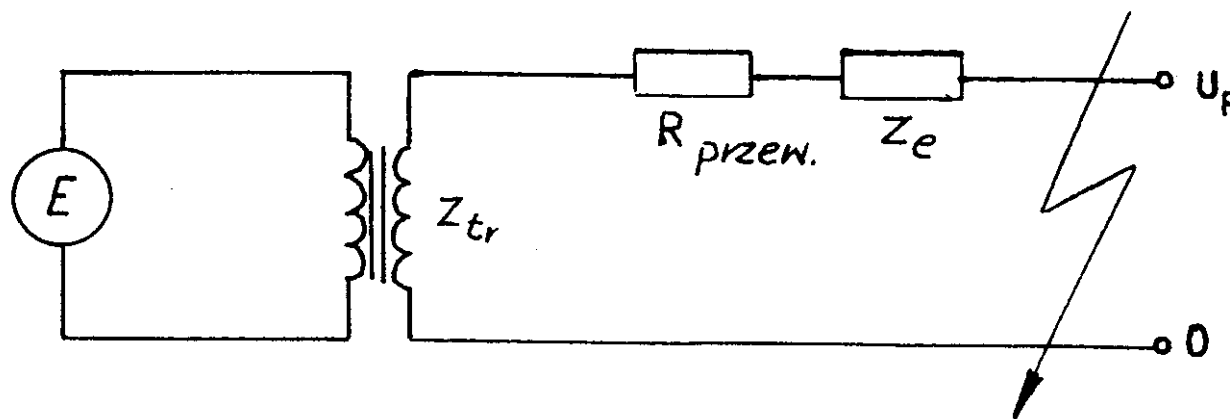
**Pomiar kompensacyjny** – na rezystorze kompensacyjnym  $R$  otrzymujemy napięcie kompensacyjne  $U_k$  równe spadkowi napięcia na uziemiu.

# Induktorowy Miernik Uziemienia



Przykładowy schemat rzeczywistego miernika IMU

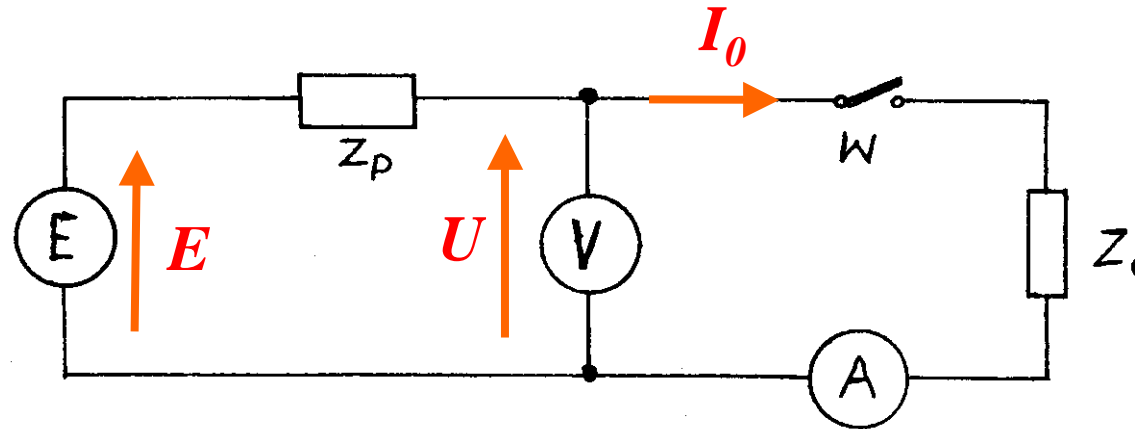
## Impedancja pętli zwarciowej



### Problem:

Impedancja pętli zwarciowej **nie jest bezpośrednio dostępna** do pomiarów, gdyż nie możemy dołączyć układy pomiarowe do jej obydwu końców (zacisków).

## Impedancja pętli zwarciowej – zasada pomiaru

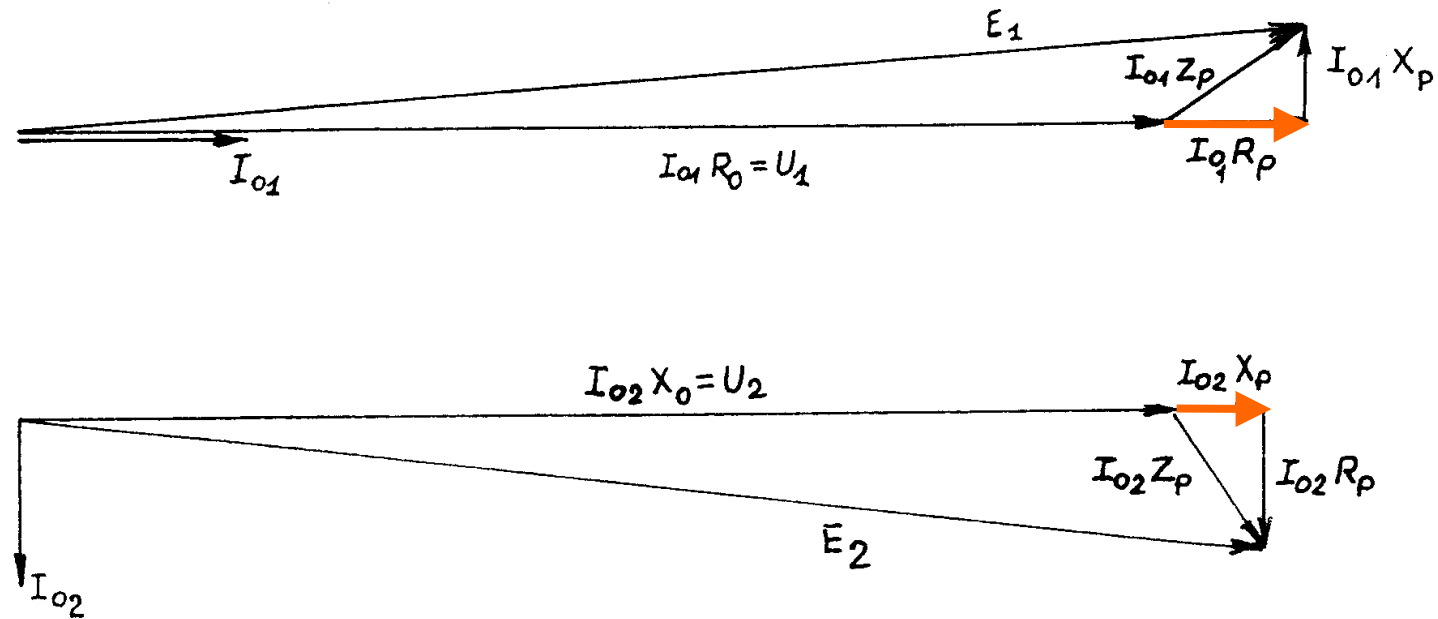


$$\underline{E} = \underline{U} + \underline{I}_0 \underline{Z}_P \quad \longrightarrow \quad Z_P = \frac{|\underline{E} - \underline{U}|}{I_0}$$

Podstawowy schemat układu do pomiaru impedancji pętli zwarciowej.

**Problem:** nie są jednocześnie dostępne do pomiaru  $E$  i  $U$ , gdyż w miejscu pomiaru nie mamy dostępnych zacisków  $E$ .

## Impedancja pętli zwarcia – wykres wskazowy



Obciążając sieć kolejno rezystancją i indukcyjnością możemy zmierzyć niezależnie składowe  $R_p$ ,  $X_p$  impedancji pętli zwarcia.

## Impedancja pętli zwarciowej – metoda techniczna

Obciążając sieć rezystancją  $R_0$  wyznaczamy rezystancję  $R_P$  impedancji pętli zwarcia:

$$R_P \cong \frac{E_1 - U_1}{I_{01}}$$

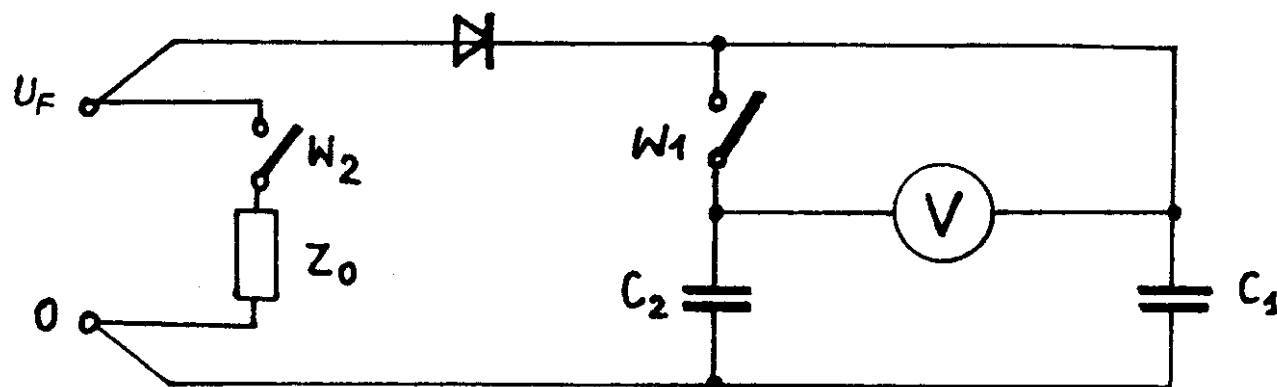
Obciążając sieć reaktancją  $X_0$  wyznaczamy reaktancję  $X_P$  impedancji pętli zwarcia:

$$X_P \cong \frac{E_2 - U_2}{I_{02}}$$

Ostatecznie na podstawie składowych  $R_P$ ,  $X_P$  wyliczamy moduł impedancji pętli zwarcia  $Z_P$  :

$$Z_P = \sqrt{R_P^2 + X_P^2}$$

## Impedancja pętli zwarciowej – przykładowy miernik



$$\cos \varphi_0 = \cos \varphi_P \quad \longrightarrow \quad |\underline{E} - \underline{U}| = E - U$$

Obciążając sieć impedancją  $Z_0$  o takim samym kącie fazowym jak  $Z_P$  sieci, moduł różnicy wektorów jest równy różnicy modułów wektorów napięć, a to jest znacznie łatwiej zmierzyć.



